

1-nji amaly sapak

ESASY DÜŞÜNJELER WE KESGITLEMELER

Amaly okuwyň meýilnamasy:

1. “Materiallaryň garşylygy” dersiniň meseleleri.
2. Hasaplama çyzgydy we esasy ýörelgeler.
3. Kesme usuly. Içki güýç sebäpleri (faktorlary).
4. Diregleriň görnüşleri we gaýtargy güýçlerini kesgitlemek.

1. “Materiallaryň garşylygy” dersiniň meseleleri

Materiallaryň garşylygy – maşynlaryň detallaryny we konstruksiýanyň elementlerini berklige, gatylyga hem-de durnuklylyga hasaplamagyň inženerçilik usullaryny işläp taýýarlamak bilen meşgullanýan ylymdyr.

Maşynlaryň detallarynyň we konstruksiýanyň elementleriniň döwürleşme-den daşky güýçleri kabul edip bilijilik ukybyna *berklik* diýilýär.

Maşynlaryň detallarynyň we konstruksiýanyň elementleriniň daşky güýçleriň täsiri netijesinde ilki başdaky ölçegleriniň we formasynyň üýtgemesine garşylyk görkezip bilijilik ukybyna *gatylyk* diýilýär.

Konstruksiýanyň ýüklenmäniň täsirinden ilki başdaky deňagramlylyk formasyny saklamaklyk ukybyna *durnuklylyk* diýilýär.

“Materiallaryň garşylygy” dersiniň esasy wezipesi materiallaryň berkligini, gatylygyny we durnuklylygyny hasaplamagyň usullaryny beýan etmekden ybaratdyr.

Daşky ýüklenmäniň täsirinden gaty jisim öz formasyny we ölçeglerini üýtgedýär, ýagny deformirlenýär. Deformasiýanyň ahyrky netijesi konstruksiýanyň elementleriniň döwürleşmesine ýa-da onuň formasynyň rugsat edilýän çäklerden üýtgemesine getirip bilýär. Täsir edýän güýjüň häsiýetine we ululygyna baglylykda konstruksiýanyň kadaly işlemegini üpjün etmek, diňe onuň elementiniň laýyk gelýän materialyny we kesiginiň ölçeglerini hasaplap saýlamakda mümkindir.

Islendik konstruksiýa döredilende materialyň iň az mukdarda sarp edilende onuň berkligini we ygtybarlygyny üpjün etmek gerekdir. Detalyň ölçeglerini geregi bilen deňeşdireniňde ulaltsaň materialyň sarp edijiligini artykmaç ýokarlandyrýar.

Şunlukda, materialyň tebigatyny we häsiýetini çuňňur bilmezden hem-de häzirkizaman hasaplama usullaryny ulanmazdan inžener desgalarynyň we maşynlaryň kämil konstruksiýalaryny döredip bolmaýar. Bu bolsa inžener hünärmenlerini taýýarlamagyň hilini ýokarlandyrmagy talap edýär.

Häzirki wagtda *rugsat edilýän dartgynlylyklar boýunça hasaplama we predel ýükler boýunça hasaplama* ýaly berklige hasaplamagyň iki sany ýörelgeleýin usuly kesgitlenildi.

Birinji usulda: eger-de onuň hatda bir nokadynda dartgynlylyk rugsat edilýänden ýokary ýa-da plastiki deformasiýalary ýüze çykyp başlan bolsa, onda konstruksiýanyň elementiniň berkligi doly peýdalanan hasap edilýär.

Ikinji usulda: eger-de ýüklenme predel bahasyna ýeten bolsa berklik doly peýdalanan hasap edilýär. Bu ýagdaýda konstruksiýa funksional niýetlenilişini kanagatlandyrmak başlaýar. Predel ýagdaýda konstruksiýanyň elementlerinde plastiki deformasiýalar onuň umumy göwrümünü ýa-da käbir böleklerini gurşap alýar. Ikinji usul boýunça diňe statiki ýüklenmäniň täsirindäki plastiki materiallardan taýýarlanan konstruksiýalary berklige hasaplamak mümkindir.

Praktikada “berklige hasaplama” adalgasy astynda iň uly hasaplama dartgynlylygyny rugsat edilýän dartgynlylyk bilen hem-de “gatylyga hasaplama” adalgasy astynda bolsa, iň uly maýyşgak deformasiýany rugsat edilýän bahasy bilen çäklendirmegi düşünilýär.

Materiallaryň garşylygy umumy inženerçilik dersi bolup islendik hünärli inženeriň tehniki biliminiň esasy düzýär. Bu dersiň fundamental bilimini bilmezden hiç-hili inženerçilik-taslama işlerini geçirip bolmaýar.

Materiallaryň garşylygynyň seredýän meselelerinde esasy orun materialyň häsiýetine berilýär, bitewi gaty jisimiň hereketi bolsa ujypsyz hasaplanylýar.

2. Hasaplama çyzgydy we esasy ýörelgeler

Materiallaryň garşylygynda real desganyň (maşynyň detaly, konstruksiýanyň elementi) hasaplamasy hasaplama çyzgydyny saýlamakdan başlanýar. Möhüm faktorlardan boşadylan real desgasynda *hasaplama çyzgydy* diýilýär.

Hasaplama çyzgydy materialyň modelini, formanyň modelini we ýüklenmäniň modelini özünde saklaýar.

Materiallaryň garşylygynda material fizikadan tapawutlylykda jisimiň tutuş göwrümine boşluksyz we üznüksiz doldurýan bitewi gurşaw ýaly seredilýär. Gurşaw ideal çyzykly-maýyşgak, birjynsly we izotrop, real materiala meňzeş häsiýetli hasaplanýar.

Hasaplamalarda maşynyň detalynyň we konstruksiýanyň elementiniň geometriki formasy pürsün, gabygyň we ýuka jisimiň çyzgydyna getirilýär.

Pürs, kese iki ölçegi, üçünji ölçegine (uzynlygyna) görä has kiçi bolan jisimdir. Göniçyzykly geometriki okly pürse *steržen* diýilýär. Egrelmä işleýän pürse *balka* diýilýär. Pürsleriň kese-kesikleri kwadrat, tegelek, göniburçluk, iki tawra, şweller we ş.m. görnüşlerde bolup bilýar.

Ýuka jisim (plastinka) we *gabyk* (oboločka) galyňlygy galan beýleki ölçeglerine görä tapawutly kiçi bolýandygy bilen häsiýetlendirilýär.

Konstruksiya daşky täsirleşmeler güýçli (ýüklenmeler), temperaturaly (gyzdyrma ýa-da sowama) we başga himiki ýa-da fiziki häsiýetli görnüşlerde bolup bilýar. Materiallaryň garşylygynda esasanam güýçli we temperaturaly täsirleşmeler öwrenilýär. Daşky güýçler üstleýin we göwrümleýin görnüşlere bölünýär.

Üstleý güýçler üst ýa-da çyzyk boýunça ýaýrandyr, ýygylgy boýunça häsiýetlendirilýär, ölçeg birligi: N/sm^2 , N/sm .

Göwrümleýin güýçler jisimiň her bölejigine goýlandyr. Bular agyrlyk güýçler, inersiýa güýçler we ş.m.

Haçan-da üstleý güýçleriň täsir edýän meýdanynyň ölçeglerini jisimiň ölçegleri bilen deňeşdireniňde kiçi bolsa, onda üstleý güýçlerini bir güýç bilen çalyşýarlar we oňa *bir ýere jemlenen güýç* diýilýär. Bu güýç nokatda goýlan hasaplanýlar. Ýüklenme modelinde daşky güýçleriň wagta görä üýtgeýiş häsiýetleri hem hasaba alynýar. Goýluş häsiýetine görä ýüklenmeler statiki we dinamiki bolýar.

Noldan in uly bahasyna çenli haýallyk bilen ýokarlanýan (hat-da inersiýa güýjüniň täsirinde jisimiň bölejiginiň orun üýtgemesini hasaba almasaňda bolýar) ýüklenmelere *statiki ýüklenme* diýilýär. Statiki ýüklenmede elmydama täsir edýän ýüklenmäniň we jisimde döreýän garşylyk maýyşgak güýçleriň arasynda deňagramlylyk saklanýar.

Jisimiň bölejiginde esli tizlenmäni döredýän ýüklenmelere *dinamiki ýüklenme* diýilýär. Dinamiki ýüklenmelerde ýüklenmäniň in uly bahasy bilen deňeşdirip bolýjak inersiýa güýçleri döreyär we ony göz önüne tutmazlyk mümkin däl.

Amaly meseleleriň çözüminde hasaplama çyzgydyny saýlamaklyk bilen bagly ýönekeýleşdirmeler arkaly bir hatarda birnäçe umumy ýörelgeler ulanylýar: superpozisiýa ýörelgesi ýa-da güýçleriň täsiriniň garaşsyzlyk ýörelgesi, başlangyç ölçegleriň ýörelgesi we Sen-Wenanyň ýörelgesi.

Güýçleriň täsiriniň garaşsyzlyk ýörelgesi, birnäçe güýçleriň täsiriniň umumy netijesi (effekti) aýratynlykda alnan her güýjüň täsiriniň netijeleriniň (effetiniň) jemine deňdigini we güýçleriň goýluş yzygiderligine bagly daldigini görkezýär. *Bu ýörelge diňe çyzykly ulgamlar üçin ulanarlydyr.*

Başlangyç parametrler ýörelgesi, deformirlenen jisimiň deňagramlylyk deňlemesi düzülende onuň deformasiýasyny hasaba almazlygy we jisim ýüklenmezden ozalky ýaly ölçeglere eýe, gaty, deformirlenmeýän bolýanlygyny nygtaýar. *Bu ýörelge deformasiýa bilen bagly bolmadyk elementleriň orun üýtgemelerine ýol berýän, pursatda üýtgeýän ulgamlara ulanarsyzdyr.*

Sen-Wenanyň ýörelgesini şeýle beýan etmek mümkin, ýagny, dartgynlylyklaryň ýaýraýşy, diňe, ýüklenme ýeriniň golaýlarynda daşky ýüküň goýluş usulyna gös-göni bagly bolýar. Daşky güýjüň goýlan ýerinden ýeterlikçe uzaklaşan böleklerde dartgynlylyklaryň ýaýraýşy hakykatda güýçleriň goýluş usulyna bagly bolman, diňe ol güýçleriň statik deňderejeli (ekwiwalent) täsirine bagly bolýar.

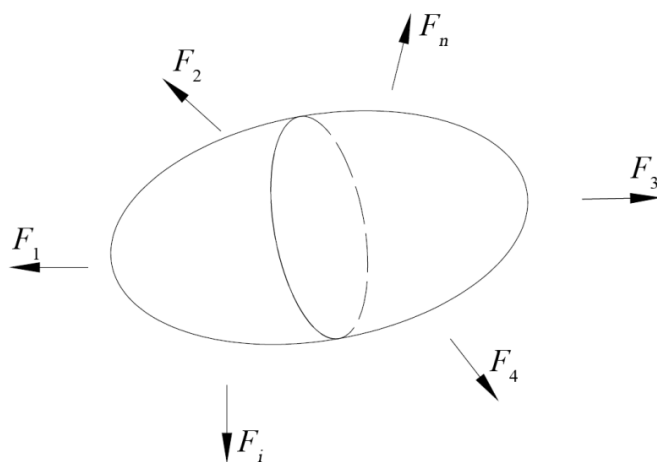
3. Kesme usuly. Içki güýç sebäpleri (faktorlary)

Gaty jisimiň bitewiligi, formasy onuň bölejikleriniň arasyndaky özara täsirleşme güýçleriň barlygy bilen şertlendirilýär. Daşky güýçleriň we başga daşky täsirleşmeleriň netijesi astynda jisimiň deformasiýasynda onuň bölejikleriniň arasyndaky özara täsirleşmede güýçleriň üýtgemesi bolup geçýär. Bu özara täsirleşmä güýçleriň üýtgemesine materiallaryň garşylygynda *içki güýçler* diýilýär.

Içki güýçleri kesgitlemek üçin kesme usuly peýdalanylýar, olary daşky güýçleriň toparyna öwürmeli. 1.1-nji suratda görkezilen jisime $F_1, F_2, \dots, F_n$ daşky güýçler topary täsir edýär, goý bu jisim güýçleriň

täsirinde deňagramlylykda saklanýar hasap edeliň. Jisimi hyýaly tekizlik bilen iki bölege kesýäris we bir bölegi taşlaýarys.

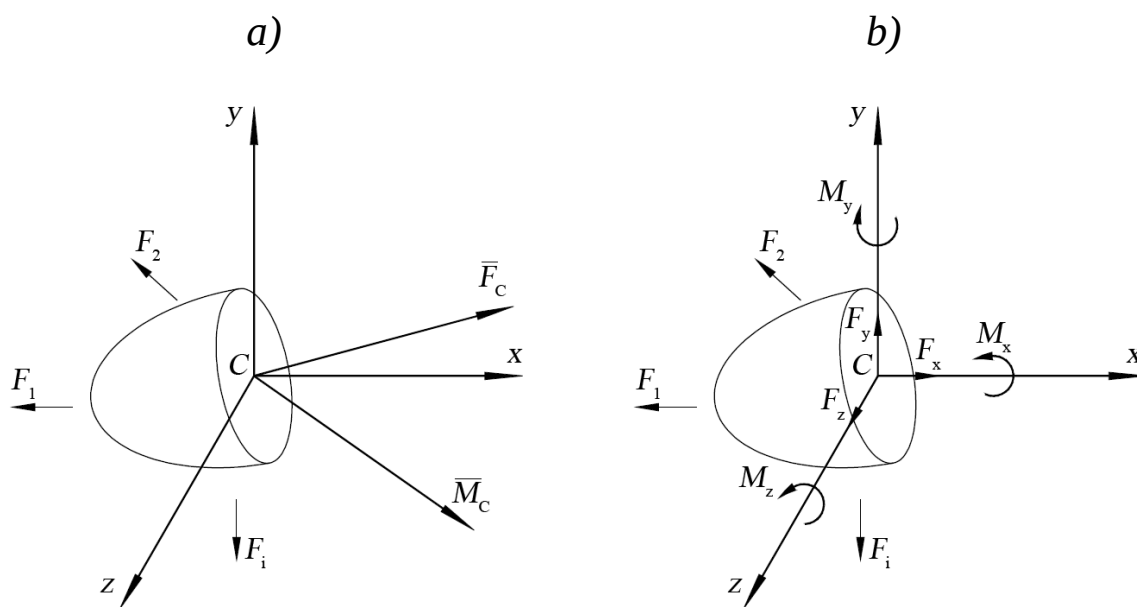
Bölekleriň islendiginiň, meselem çepdäki, deňagramlylyk ýagdaýda saklanmasy üçin taşlanan sag bölegiň täsirini seredilýän çep bölegiň kesiginde içki güýçler bilen çalyşmaly bolýar. Beýleki bir kesikde olar başga bolar. Içki güýçler elmydama iki taraplaýyndyr: sag bölek çepä täsir edýär, şol bir wagtda çep bölek hem saga täsir edýär.



1.1-nji surat

Kesme usuly – içki güýçleri kesgitlemäge we olary jisimiň galan (seredilýän) bölegi üçin daşky güýçler hökmünde seretmäge ýardam edýär.

Statikanyň düzgünlerinden peýdalanyp, içki güýçler ulgamyny kesigiň agyrlýk merkezine getireliň (1.2-nji a surat).



1.2-nji surat

Getirmäniň netijesinde baş wektor $\vec{F}_c$ we baş moment $\vec{M}_c$ alýarys, olary koordinata oklary boýunça dargadyp, netijede üç güýji we üç momenti $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ alýarys (1.2-nji *b* surat). Bu düzüjiler ýörite harplar bilen belgilenýärler we olara *içki güýç sebäpleri* (faktorlary) diýilýär. $F_x = N$ – boý ýa-da *normal güýç* diýilýär; $F_y = Q_y$ we $F_z = Q_z$ *kese güýçleri* diýilýär; $M_x = T$ *towlanma momenti* diýilýär; M_y we M_z laýyklykda *y* we *z* oklara görä *egme momentleri* diýilýär.

Kesilip alnan bölek üçin umumy ýagdaýda alty sany deňagramlyk deňlemesini düzmek mümkin:

$$\sum_{i=1}^n F_{ix} - N = 0; \sum_{i=1}^n F_{iy} - Q_y = 0; \sum_{i=1}^n F_{iz} - Q_z = 0; \quad (1.1)$$

$$\sum_{i=1}^n m_x(F_i) - T = 0; \sum_{i=1}^n m_y(F_i) - M_y = 0; \sum_{i=1}^n m_z(F_i) - M_z = 0$$

(1.3.1) gelip çykýar, ýagny

$$N = \sum_{i=1}^n F_{ix}; Q_y = \sum_{i=1}^n F_{iy}; Q_z = \sum_{i=1}^n F_{iz}; \quad (1.2)$$

$$T = \sum_{i=1}^n m_x(F_i); M_y = \sum_{i=1}^n m_y(F_i); M_z = \sum_{i=1}^n m_z(F_i).$$

(1.2) laýyklykda kese-kesikdäki normal güýç N jisimiň kesilen bölegine täsir edýän ähli daşky güýçleriň x oka görä proyeksiýasynyň algebraik jemine deňdir; kesikdäki kese güýçler Q_y we Q_z jisimiň kesilen bölegine täsir edýän ähli daşky güýçlere laýyklykda y we z oklara görä proyeksiýasynyň algebraik jemine deňdir; kese-kesikdäki towlanma moment T jisimiň kesilen bölegine täsir edýän ähli daşky güýçleriň x oka görä momentleriň algebraik jemine deňdir; kesikdäki egme momentleri M_y we M_z jisimiň kesilen bölegine täsir edýän ähli daşky güýçlere laýyklykda y we z oklara görä momentleriň algebraik jemine deňdir. Jisimiň kesilen böleginiň haýsysyna seredilýänligine garamazdan alynýan netijeler meňzeş bolýar.

Şunlukda, hasaplama çyzygydynda daşky güýçlere we içki güýç sebäplerine skalýar ululyk hökmünde seretmeli.

Kesikden ugrukdyrylan normal güýç, kesikde materialyň süýnmesine getirýär we *položitel* hasaplanylýar, kesige ugrukdyrylan bolsa – kesikde materialyň gysylmasyny döredýär we *otrisatel* hasaplanylýar.

Daşky güýçler jisimiň (pürsün ýa-da çarçuwanyň) kesilen bölegini geçirilen kesige görä sagat diliniň ugruna aýlamaga ymtylsa onda kese güýç *položitel* hasaplanylýar. Eger-de sagat diliniň tersine bolsa, onda kese güýç *otrisatel* hasaplanylýar.

Daşky normal tarapdan kesige seredende daşky güýçler jisimiň kesilen bölegini sagat diliniň ugruna aýlamaga ymtylsa onda towlanma momenti *položitel* hasaplanylýar. Eger-de sagat diliniň tersine bolsa, onda towlanma momenti *otrisatel* hasaplanylýar.

Daşky güýçleriň täsirinden pürsün ýokarky süýümleriniň gysylmasyny ýa-da çarçuwanyň daşky süýümleriniň gysylmasyny döretse, onda egme moment *položitel* hasaplanylýar, tersine bolsa *otrisatel* hasaplanylýar.

Konstruksiýanyň elementiniň kese-kesiklerinde diňe bir içki güýç sebäbini döredýän ýüklenmä *ýönekey yüklenme* diýilýär. Eger elementiň kese-kesiklerinde birbada birnäçe içki güýç sebäpleri täsir edýän bolsa, onda ýüklenmä *çylşyrymly yüklenme* (kombinirlenen) diýilýär.

Elementiň (pürsün) ugruna içki güýç sebäpleri üýtgeýär. Pürsün uzynlygy boýunça kesiklerindäki içki güýç sebäpleriniň üýtgeýşini görkezýän grafiklere *epýurlar* diýilýär.

Epýurlar in uly içki güýçleriň we momentleriň täsir edýän howply kesiginiň ýerleşişini anyklamaga mümkinçilik berýär.

4. Diregleriň görnüşleri we gaýtargy güýçlerini kesgitlemek

Berklige hasaplama geçirende epýurlary gurmak talyplarda kynçylyk döredýär. Statikanyň aýry düzgünini ýatlalyň.

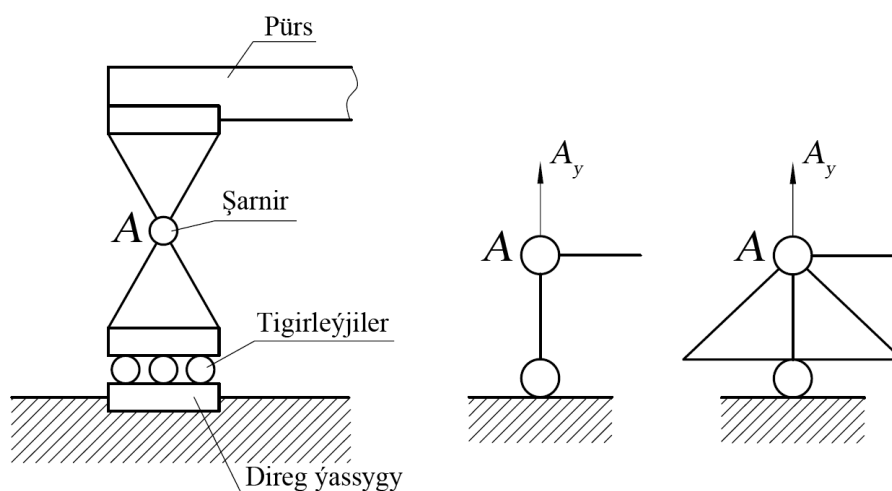
Giňişlikde gaty erkin jisim alty erkinlik derejesine eýedir, ýagny alty sany garaşsyz hereketleri: üç koordinata oklaryň ugruna üç yzygiderli we bu oklaryň daşyndan üç aýlanma hereketi ýerine ýetirip bilýär. Seredilýän jisimiň erkin orun üýtgemesine päsgelçilik berýän jisimlere (gaty ýa-da çeýe) *baglanşyklar* diýilýär. Jisime bir bada birnäçe baglanşyk goýulyp biliner. Her bir baglanşyk onda bir erkin derejäni aýyrýar ýa-da mümkin bolan garaşsyz hereketleriň sanyny bire peseldýär. Seredilýän jisime täsir edýän baglanşygy çalyşýan

güýje *baglanşygyň gaýtargysy* diýilýär. Içki güýçlerden tapawutlylykda gaýtargy güýçleri seredilýän jisimiň başga jisimler bilen özara täsirleşmesini häsiýetlendirýär we daşky güýçler bolup durýar. Eger fiziki jisim pürs, çarçuwa, süýeg bolup direge basyş geçirýän bolsa, onda baglanşygyň gaýtargylaryna *direg gaýtargylary* diýilýär. Konstruksiýanyň elementleriniň giňişlikde ýerleşişine we olara täsir edýän güýçlere baglylykda aşakdakylary tapawutlandyryrlar:

- tekiz ulgamlary, olarda ähli elementleriň geometriki oklary we täsir edýän daşky güýçleri bir tekizlikde ýerleşýärler we ol baş tekizlik bolup durýar;
- giňişlik ulgamlary, olarda elementleriň geometriki oklary we täsir edýän güýçleri dürli tekizlikde ýerleşýärler.

Praktikada hasaplama çyzgylary düzülende hakykatda giňişlikdäki ulgamlar köplenç tekiz ulgamlar bilen çalyşylýar. Meselem, düzülen pürsler, köpri konstruksiýalary maşynlaryň çarçuwalary we ş.m. Tekiz ulgamlarda dürli inženerçilik konstruksiýalary esas bilen birikdirmek üçin aşakdaky diregleriň görnüşleri ulanylýar.

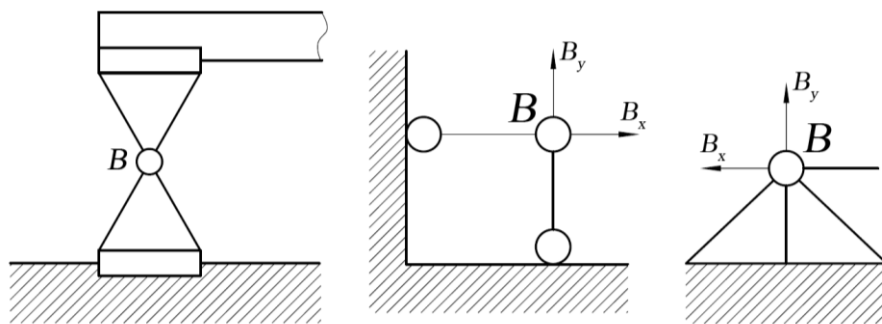
Bir baglanşykly, ýa-da şarnirli-gozganýan direg (1.3-nji surat).



1.3-nji surat

Bu direg konstruksiýa bir baglanşyk goýýar – onuň wertikal ugurda ornuny üýtgetmesini gadagan edýär. Direg gaýtargysy şarniriň merkezinde goýlan bolýar we wertikal ugrukdyrylan, onuň ululygy näbelli bolup durýar.

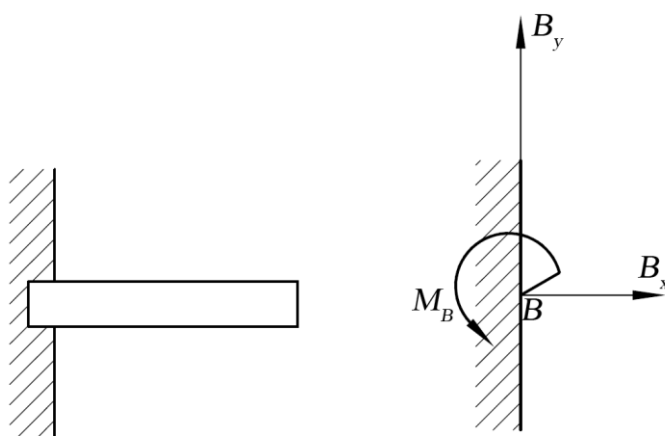
Iki baglanşykly, ýa-da şarnirli gozganmaýan direg (1.4-nji surat).



1.4-nji surat

Bu direg konstruksiýa iki baglanşyk goýýar – onuň wertikal we gorizonta ugurda ornunyň üýtgetmesini gadagan edýär. Direg gaýtargysy güýjüň wertikal we gorizonta düzüjileri bilen kesgitlenilýär.

Jebis berkitme, ýa-da üç baglanşykly gozganmaýan direg (1.5-nji surat).



1.5-nji surat

Bular ýaly direg konstruksiýa doly baglanşyklaryň sanyny goýýar (tekiz ulgam üçin üç baglanşyk) – tekizlikde islendik orun üýtgetmeleri gadagan edýär. Direg gaýtargysy güýjüň gorizonta we wertikal düzüjileri hem-de direg ýa-da berkitme momenti bilen kesgitlenilýär.

Barlag soraglary:

1. “Materiallaryň garşylygy” diýip nämä düşünilýär?
2. Konstruksiýanyň elementleriniň berkligi, gatylygy we durnuklylygy diýip nämä düşünilýär?

3. “Berklige hasaplama” we “gatylyga hasaplama” terminler arkaly nämä düşünilýär?
4. Hasaplama çyzgydy hakynda nämä düşünyärsiňiz?
5. Pürs, steržen, ýüka jisim, gabyk näme?
6. Haýsy güýçler daşky we haýsylar içki bolup durýar?
7. Kesme usulyň manysy näme?
8. Kese-kesikde umumy ýagdaýda haýsy içki güýç sebäpleri täsir edýär? Olar nahili kesgitlenilýär?
9. Ýönekeý we çylşyrymly (kombinirlenen) ýüklenme diýip nämä düşünilýär? Ýüklenmäniň görnüşini nähili kesgitlemeli?

2-nji amaly sapak

DARTGYNLYLYK. DEFORMASIÝA WE ORUN ÜÝTGETME

Amaly okuwyň meýilnamasy:

1. Dartgynlylyk.
2. Deformasiýa we orun üýtgetme.
3. Materialyň esasy mehaniki häsiýetleri.
4. Rugsat edilýän dartgynlylyklar.

1. Dartgynlylyk

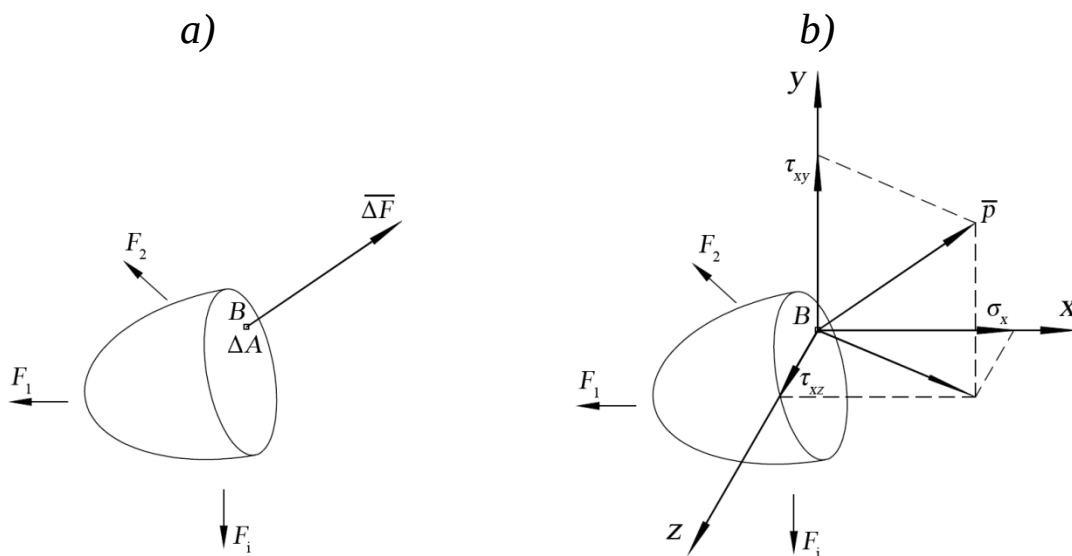
Kesigiň nokadyndaky içki güýçleriň depgininiň derejesine *dartgynlylyk* diýilýär.

Elementar meýdançada ΔA täsir edýän içki güýjüň deňtäsiredijisini ΔF bilen belgileýäris (2.1-nji *a* surat).

B nokatdaky doly dartgynlylyk $\Delta A \rightarrow 0$ bolanda $\Delta F / \Delta A$ predel gatnaşygy arkaly kesgitlenilýär. gurşaw üznüksiz bolany üçin predel geçiş mümkindir.

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \Delta F / \Delta A. \quad (2.1)$$

Dartgynlylyk güýjüň meýdana bolan gatnaşygy ölçegindedir. Materialdaky dartgynlylyk kesigiň nokady bilen bagly ululykdygyny, ol kese-kesigiň haýsy-da bolsa meýdan birligine degişli dældigini düşünmek gerekdir. 2.1-nji *b* suratda doly dartgynlylygyň $\bar{p}$ wektory koordinatalar oklary boýunça üç düzüjilere dargadylan görnüşi görkezilendir.



2.1-nji surat

Doly dartgynlylygyň kesigiň normalyna bolan proyeksiýasyna *normal dartgynlylyk* diýilýär we σ harpy bilen belgilenýär, indeksinde laýyk gelýän oky goýulýar. Doly dartgynlylygyň tekiz kesikde ýerleşýän oklaryň proyeksiýasyna *galtaşma dartgynlylyk* diýilýär we iki indeksli τ harpy bilen belgilenýär indeksleriň birinjisinde meýdançanyň haýsy oka perpendikulýardygyny görkezýär, ikinjisinde bolsa dartgynlylygyň täsiriniň haýsy ok boýunça ugruny görkezýär.

Eger B nokatdan başga kesik geçirseň, onda nokatdaky doly dartgynlylyk başga bolar, laýyklykda normal we galtaşma dartgynlylyklary hem üýtgeşik bolar. Berlen nokatdan geçýän ähli meýdançalar üçin normal we galtaşma dartgynlylyklaryň toplumyna *nokatdaky dartgynlylyk ýagdaýy* diýilýär.

2. Deformasiýa we orun üýtgetme

Ähli gaty jisimler daşky güýjüň täsirinden öz formasyny we ölçeglerini üýtgedýärler (deformirlenýärler).

“Deformasiýa” termini iki manyda ulanylýar:

- jisimiň formasynyň we ölçegleriniň islendik üýtgeýşiniň hil manysynda;
- kesgitli nokatda jisimiň formasynyň we ölçeginiň üýtgeýşiniň mukdar ölçegidir (ýygylýk).

Jisimiň ýa-da onuň böleginiň çyzykly ölçegleriň üýtgeýşine *çyzykly*, burçly ölçegleriň üýtgeýşine *burçly deformasiýa* diýilýär.

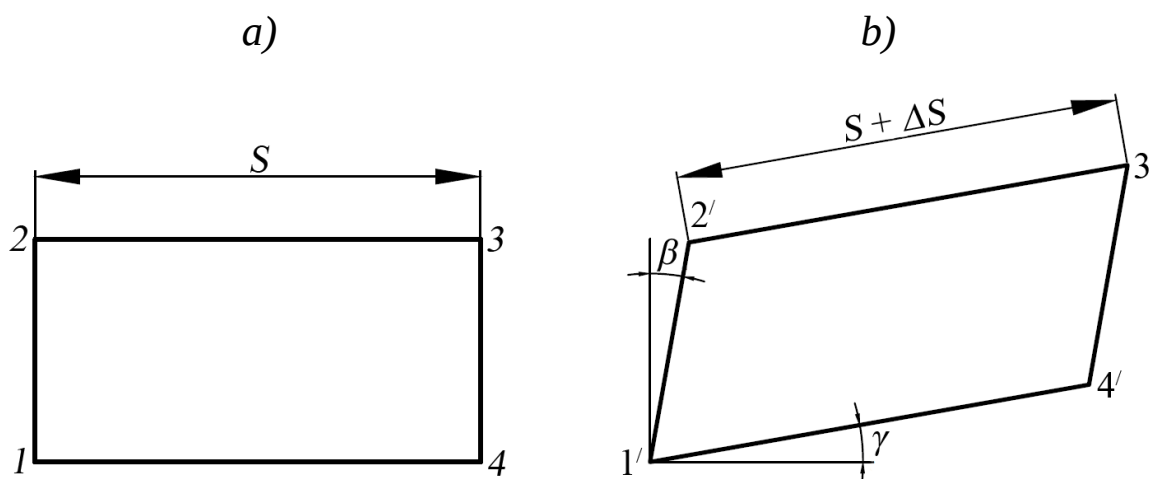
Bu ýagdaýda jisimiň ölçegleriniň ulalmasyna *uzalma*, ölçegleriň kiçelmesine *gysgalma* diýilýär.

Berlen nokatdan geçirilen dürli tekizliklerdäki çyzykly we burçly deformasiýalaryň toplumyna *nokatdaky deformirlenen ýagdaýy* diýilýär.

Eger deformasiýa jisimiň göwrümi boýunça üýtgeýän bolsa, onda gürrüň kesgitli ugur boýunça *berlen nokatdaky deformasiýa* barada gidýändir.

Eger-de jisimiň üstüniň barlanylýan nokadynyň töwereginde ýeterlikçe kiçi göniburçlygy 1234 (2.2-nji *a* surat) bellesek, onda deformasiýanyň netijesinde bu göniburçlyk umumy ýagdaýda paralelogramyň 1' 2' 3' 4' şekilini alar (2.2-nji *b* surat).

Göniburçlygyň taraplarynyň uzynlyklary üýtgär (ulalar ýa-da azalar), taraplary ilkibaşdaka görä öwürüler.



2.2-nji surat

Eger, meselem, 23 tarapyň uzynlygy ΔS ululyga üýtgesse, onda

$$\varepsilon_{med} = \Delta S / S \quad (2.2)$$

gatnaşyga 2 nokatdaky *orta çyzykly deformasiýa* (berlen ýagdaý üçin orta uzalmasy) diýilýär.

S bölegiň çäk kiçelmesi netijesinde alarys

$$\lim_{S \rightarrow 0} \Delta S / S = \varepsilon, \quad (2.3)$$

bu ýerde ε ululyga 23 ugrunyň 2 nokadyndaky *hakyky çyzykly deformasiýasy* diýilýär.

Seredilýän göniburçlygyň taraplarynyň arasyndaky ilkibaşdaky göni burçuň üýtgemesi $\gamma = \alpha + \beta$ berlen nokatdaky burçly deformasiýasyny (ýa-da süýşme burçuny) häsiýetlendirýär.

Jisimiň ýüklenmesi aýyrylandan soňra çyzykly we burçly deformasiýalary ýa dolulygyna ýa-da az-kem ýitip gidýänligi tejribeler görkeýär.

Eger-de daşky güýç aýyrylandan soňra deformasiýa dolulygyna ýok bolsa oňa *maýyşgak deformasiýalary* diýilýär.

Jisimiň ýükden boşadylandan soňra ilkibaşdaky formasyny we ölçeglerini kabul etmek ukybyna *maýyşgaklyk* diýilýär.

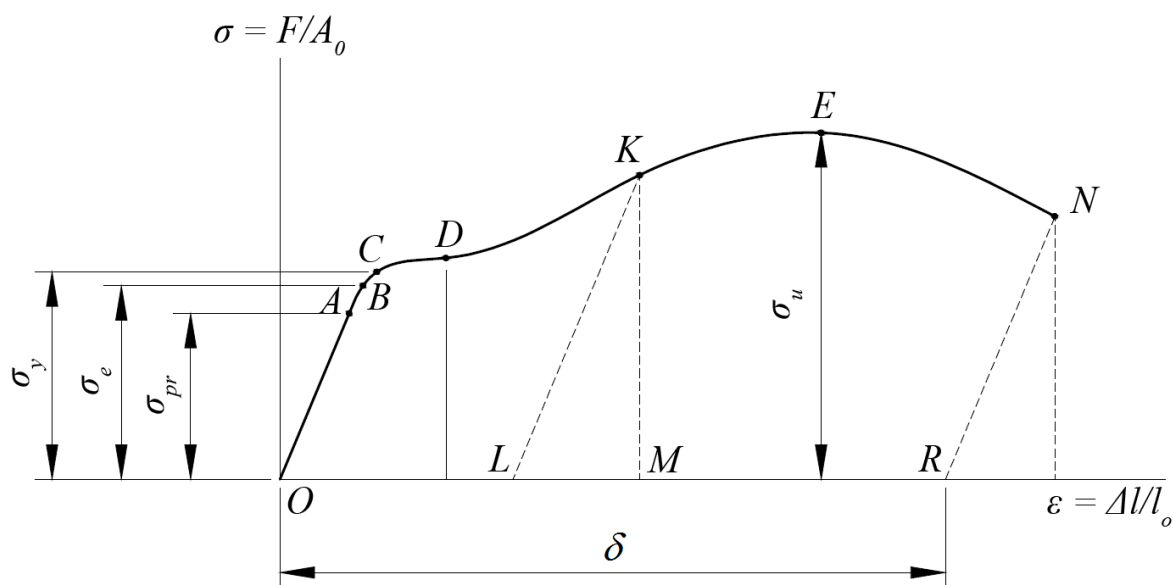
Eger-de daşky güýç aýyrylandan soňra deformasiýa saklanyp galsa, oňa *çeyé* ýa-da *galyndy deformasiýalary* diýilýär. Jisimiň galyndy deformasiýalary kabul etmek ukybyna *çeyelik* diýilýär.

Jisimiň ähli nokatlaryndaky deformasiýasyny we berkitme şertini bilip, onuň ähli nokatlarynyň orun üýtgemesini kesgitlemek mümkindir, ýagny deformasiýadan soňra olaryň ýerleşişini (täze koordinatalaryny) görkezip bolýar. Desganyň kadaly ulanylyşy üçin

onuň aýry elementleriniň deformasiýalary düzgün boýunça maýyşgak bolmalydyr, olaryň döreden orun üýtgemesi bolsa ululygy boýunça kesgitli rugsat edilýän bahadan geçmeli däldir. Deňlemeler arkaly aňladylan bu şerte *gatylyk şerti* diýilýär.

3. Materialyň esasy mehaniki häsiýetleri

Materiallaryň süýnmä synagy netijesinde alnan diagramma $\sigma=f(\varepsilon)$ laýyklykda materialyň aşakdaky mehaniki häsiýetlerini tapýarlar (2.3-nji surat).



2.3-nji surat

Proporsionally çägi σ_{pr} – materialyň Gukun kanunyna boýun egýän çäklerindäki iň uly dartgynlylykdyr, ýagny dartgynlylyk bilen deformasiýanyň arasynda çyzykly baglanyşyk gözegçilik edilýär.

Akyjlyk çägi σ_y – bu dartgynlylykda materialyň dolulygyna çeyde deformasiýalara geçişi bolup geçýär. Käbir materiallaryň süýnme diagrammasynda akyjlyk meýdançasyny bildirmeýär, olar üçin *şertleýin akyjlyk çägi* anyklanylýar. Şertleýin akyjlyk çägi – nusganyň galyndy deformasiýasyny 0,2% (seýrek 0,5%) düzýän dartgynlylykdyr. Bu ýagdaýda akyjlyk çägi $\sigma_{0,2}$ we $\sigma_{0,5}$ bilen belgilenýär.

Berklik çägi σ_u – nusganyň iň uly ýüklenmäni saklap bilmek ukybyna laýyk gelýän dartgynlylykdyr.

4. Rugsat edilýän dartgynlylyklar

Detallaryň we desganyň elementleriniň dartgynlylyklar usuly boýunça hasaplamasynda iň uly işçi dartgynlylyklar $\sigma_{\max}$ berlen material üçin synag arkaly anyklanan dartgynlylygyň çäk bahasyndan geçmeli dälidir.

Statiki ýüklenmede çäk dartgynlylyk hökmünde çeyýe materiallar üçin *akyjylyk çägi*, port materiallar üçin *berklik çägi* kabul edilýär.

Üýtgeýän dartgynlylyklarda çäk dartgynlylyk hökmünde *çydamlylyk çägi* kabul edilýär. Haçan-da işçi dartgynlylyk çäk bahasyna ýetende materialyň döwürleşmesi ýa-da onda görünýän galyndy deformasiýalaryň ýüze çykması mümkindigi hasaplanylýar.

Rugsat edilýän dartgynlylyklar σ_{adm} çäk dartgynlylyklaryň diňe käbir bölegini düzmelidir:

$$\sigma_{adm} = \sigma_u / n_{adm}, \quad (2.4)$$

bu ýerde σ_u – çäk dartgynlylyk, çeyýe materiallar üçin σ_y , port materiallar üçin σ_u , üýtgeýän dartgynlylyklar üçin çydamlylyk çäğine σ_R deňdir; n_{adm} – howpsuzlyk koeffisienti, rugsat edilýän dartgynlylyk çäk dartgynlylykdan näçe esse kiçidigini görkezýär.

Howpsuzlyk koeffisienti barlag hasaplama geçirilende kesgitlenilýär

$$n_{adm} = \frac{\sigma_u}{\sigma_{max}}, \quad (2.5)$$

bu ýerde $\sigma_{\max}$ – iň uly işçi dartgynlylyk, adatça dartgynlylyklar topary we başgada täsir edýän sebäpleri hasaba alynmadyk kadaly dartgynlylygyň bahasyna deň kabul edilýär.

Howpsuzlyk koeffisientiniň bahasy aşakdaky görkezijilere baglylykda saýlanylýar: materialyň häsiýetine; daşky ýüklenmeleriniň görnüşine; hasaplama modeliniň saýlanşyna; konstruksiýanyň niýetlenişine we bahasyna. Statiki ýüklenmede howpsuzlyk koeffisienti dürli materiallar üçin aşakdaky çäklerde kabul edilýär: polat üçin $n_y = 1,4 - 1,6$; döwlegen materiallar üçin $n_u = 2,5 - 3,0$; üýtgeýän dartgynlylyklarda $n_R = 1,4 - 1,7$; aýry ýagdaýlarda 3,0 çenli ýokarlandyrylyp bilinýär.

Çäk ýüklenme boýunça hasaplamalarda howpsuzlyk koeffisienti aşakdaky aňlatma boýunça hasaplanylýar

$$n = \frac{F_u}{F_{work}}, \quad (2.6)$$

bu ýerde F_u – çäk ýüklenme, bu ýagdaýda konstruksiýanyň ulanylyşyna bildirilýän talaplary (daşky täsirlere garşylyk görkezmek ukybyny ýitirýär ýa-da geometriki formasynyň rugsat edilmeyän üýtgemesini alýar) kanagatlandyrmagy bes edýär; F_{work} – işçi ýüklenme.

Çäk ýüklenme boýunça ýokary gulluk ediş möhlete niýetlenen desgalar taslanylanda howpsuzlyk koeffisienti $n = 2 - 5$ aralykda kabul edilýär.

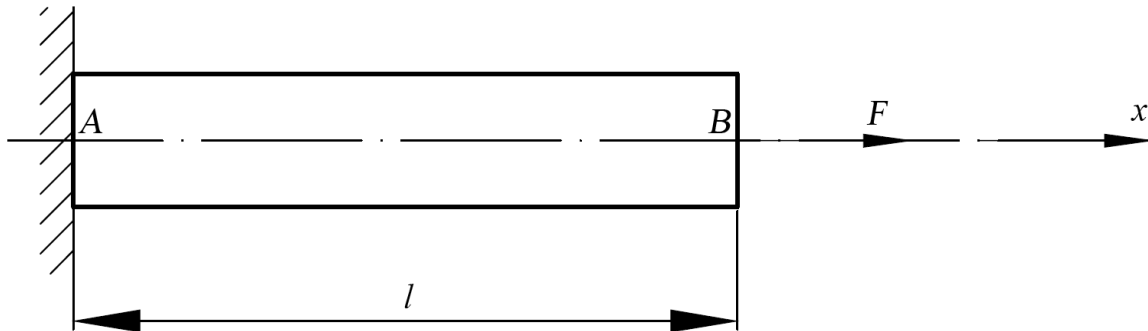
Barlag soraglary:

1. Dartgynlylyk näme? Noktdaky dartgynlylyk nähili kesgitlenilýär?
2. Deformasiýa näme? Deformasiýanyň orun üýtgeden tapawudy.
3. Deformasiýanyň haýsy görnüşlerini bilýärsiňiz?
4. Haýsy deformasiýalara maýyşgak diýilýär? Haýsylara çýe (galyndy) diýilýär?
5. Üstleýin we göwrümleýin güýçlere kesgitleme beriň? Bir ýere jemlenen güýç näme?
6. Superpozisiýa ýörelgesini, başlangyç ölçegleriň ýörelgesini we Sen-Wenanyň ýörelgesini düşündirip aýdyň.
7. Haýsy ýüklenmelere statiki diýilýär? Haýsylara dinamiki?
8. Ýüklenmedik jisimde içki güýçler döreýärmí?
9. Hemişelik kese-kesikli pürsün haýsy kesiginde berklik ýiter: iň uly daşky ýüklenmäniň goýlan kesiginde ýa-da içki güýçleri iň uly baha eýe bolan kesiginde?
10. Noktdaky dartgynlylyk we deformirlenen ýagdaýy barada kesgitleme beriň.
11. Haýsy materiala çýe diýilýär? Haýsy materiala döwlegen diýilýär?
12. Rugsat edilýän dartgynlylyk nämendir? Çäk ýüklenme nämendir?
13. Howpsuzlyk koeffisienti näme?
14. Baglanşyk we baglanşygyň gaýtargylary näme?
15. Inženerçilik desgany esas bilen birikdirmek üçin diregleriň haýsy görnüşleri ulanylýar?
16. Şarnirli-gozganýan, şarnirli gozganmaýan we jebis berkitme diregleriň gaýtargylarynyň düzüjilerini aýdyň.
17. Epýurlar gurulanda içki güýç sebäpleriniň alamatlary nähili saýlanylýar?

3-nji amaly sapak

STATIKI KESGITLENÝÄN BASGANÇAKLY STERŽENIŇ HASABY

Berlen güýçden pürslerdäki we şarnirli-sterženli ulgamlardaky diregleriň gaýtargylaryny we içki güýçlerini diňe bir deňagramlylygyň (statikanyň deňlemeleri) deňlemeleriniň kömegi bilen kesgitlenilýän bolsa, bu ulgamlara statiki kesgitlenýän ulgamlar diýilýär.



3.1-nji surat

Sterženiň bir tarapy berkidilen, beýlekisine bolsa erkin ýagdaýda güýç täsir edýän statiki kesgitlenýän ulgama degişli mysala seredýäris (3.1-nji surat). Bu ýagdaýda temperatura täsiriniň barlygy dartgynlylyk ýagdaýynyň üýtgemegine getirmez. Şonuň üçin bu meselelerde ony hasaba almaýarlar.

3.1-nji mysal. 3.1-nji suratda görkezilen steržen üçin N , σ , ε we δ tapmaly. $EA = \text{const}$ diýip hasap etmeli.

Çözülişi. Steržen bölekler bölünýär, şeýlelikde sterženiň kesigindäki boý güýjüň ululygy, seredilýän kesikden haýsy hem bolsa bir tarapda täsir edýän (jemlenen F we ýaýran q) güýçleriň sterženiň okuna proyeksiýalarynyň algebraik jemine deňdir:

$$N_i = \sum (F_i + q_i x). \quad (3.1)$$

Süýndürýän güýçler položitel, gysýan güýçler otrisatel hasap edilýär.

Bu ýagdaýda gyra meselesi aşakdaky görnüşe eýe bolar

$$EA\delta'' = 0, \delta|_{x=0} = 0, EA\delta'|_{x=l} = F.$$

Deňlemäni integrirläp $\delta = C_1 x + C_2$ alýarys. Bu ýerde bar bolan hemişelikleri gyra şertlerinden tapýarys: $C_1 = P/(EA)$, $C_2 = 0$. Şunluk bilen,

$$(\delta_x) = \frac{Fx}{EA}. \quad (3.2)$$

Şeýle hem sterženiň otnositel deformasiýasy:

$$\varepsilon = \delta' = \frac{F}{EA}, \sigma = \frac{F}{A}, N = F. \quad (3.3)$$

Sterženiň goşmaça uzalmasyny (Δl) hasaplalyň, görşümiz ýaly ol sterženiň sag kesiginiň orun üýtgemesi δ_B bilen gabat gelýär:

$$\Delta l = \delta_B = \delta|_{x=l} = \frac{Nl}{EA} = \frac{Fl}{EA}. \blacksquare \quad (3.4)$$

(3.2) – (3.4) aňlatmalara laýyklykda indiki kesgitleme ulanylýar.

Süýnme-gysylmada EA köpeltmek hasylyna *sterženiň gatylygy* diýilýär.

Statiki kesgitlenýän (SK) meseleleriň çözülişinde aşakdaky zyygiderlikde *algoritm* ulanylýar:

Sterženi böleklerе bölýäris we ol bölekleriň araçäklerini daşky ýüklenmeleriň kesilme nokatlaryndan, şol sanda jemlenen güýjüň goýulma nokadyndan we geometriki ýa-da mehaniki häsiýetleriniň böküş ýerlerinden geçirýäris. Bölekleriň ahyrlary adaty baş harplary (meselem, $A-B$, $B-C$ we ş.m.) ýa-da sanlar (meselem, 1–2, 2–3 we ş.m.) bilen belgilenýär. Düzgün boýunça her bölek üçin ýerli koordinatalar ulgamy girizilýär.

Direglerdäki gaýtargy güýçlerini Ox (ýa-da Oy) oklaryna proyektirlenip düzülen deňagramlyk deňlemiden kesgitleýäris.

Bölekleri berkidilen ahyryndan seredip başlasaň bu bölümi galdyrsaň hem bolýar.

Yzygiderlikde her bölekde epýurlary gurýarys (“ep.”):

kesme usulyny we deňagramlyk deňlemesiniň kömegi bilen boý güýjüň N epýuryny;

dartgynlylygyň epýury $\sigma = N/A$ aňlatmadan gelip çykýar (eger-de $A = const$ bolsa, onda ep. N we ep. σ utgaşdyrmak bolýar, sebäbi olar diňe masşaby bilen tapawutlanýar);

ç) deformasiýanyň epýury $\varepsilon = \sigma/E$ aňlatmadan gelip çykýar (eger-de $E = const$ bolsa, onda ep. σ we ep. ε utgaşdyrmak bolýar, sebäbi olar diňe masşaby bilen tapawutlanýar);

d) orun üýtgemäniň epýury $\varepsilon_x = \varepsilon(x) = \delta'(x)$ aňlatmadan gelip çykan formuladan (mysal üçin $A-B$ bölegiň soňundan gelýän $B-C$ bölege seredýäris; B kesigiň orun üýtgemesi δ_B $A-B$ bölegiň seredilmesi netijesinde kesgitlenilýär) tapylýar:

$$\delta(x) = \int_0^x \varepsilon(x) dx + \delta_B. \quad (3.5)$$

Her bölegiň içinde gurlan epýur üçin ekstremal bahalaryny (eger-de olar bar bolsa) kesgitleýäris.

3.2-nji mysal. 3.2-nji suratda getirilen basgançakly steržen üçin kesigiň normal güýjüniň, dartgynlylygynyň we orun üýtgemesiniň epýurlaryny gurmaly. Maýyşgaklyk moduly hemişelik diýip hasap etmeli.

Çözülişi: 1. Sterženi böleklere bölýäris (3.2-nji surat).
0 kesigiň berkitmesini R_0 gaýtargy bilen çalyşýarys, ony deňagramlylyk deňlemesinden kesgitleýäris:

$$\sum x = 0: -R_0 + 4F + 2F - 5F = 0, R_0 = F.$$

Sterženiň her kesilen böleginiň deňagramlylygyna seredýäris we boý güýçlerini kesgitleýäris (3.2-nji surat, ýerli koordinatalar ulgamyny ulanýarys):

0–1 bölek:

$$\sum x = 0: -R_0 + N_{01} = 0, N_{01} = R_0 = F;$$

1–2 bölek:

$$\sum x = 0: -R_0 + 4F + N_{12} = 0, N_{12} = R_0 - 4F = -3F;$$

2–3 bölek:

$$\sum x = 0: -R_0 + 4F + N_{23} = 0, N_{23} = -3F;$$

3–4 bölek:

$$\sum x = 0: -R_0 + 4F + 2F + N_{34} = 0, N_{34} = R_0 - 6F = -5F.$$

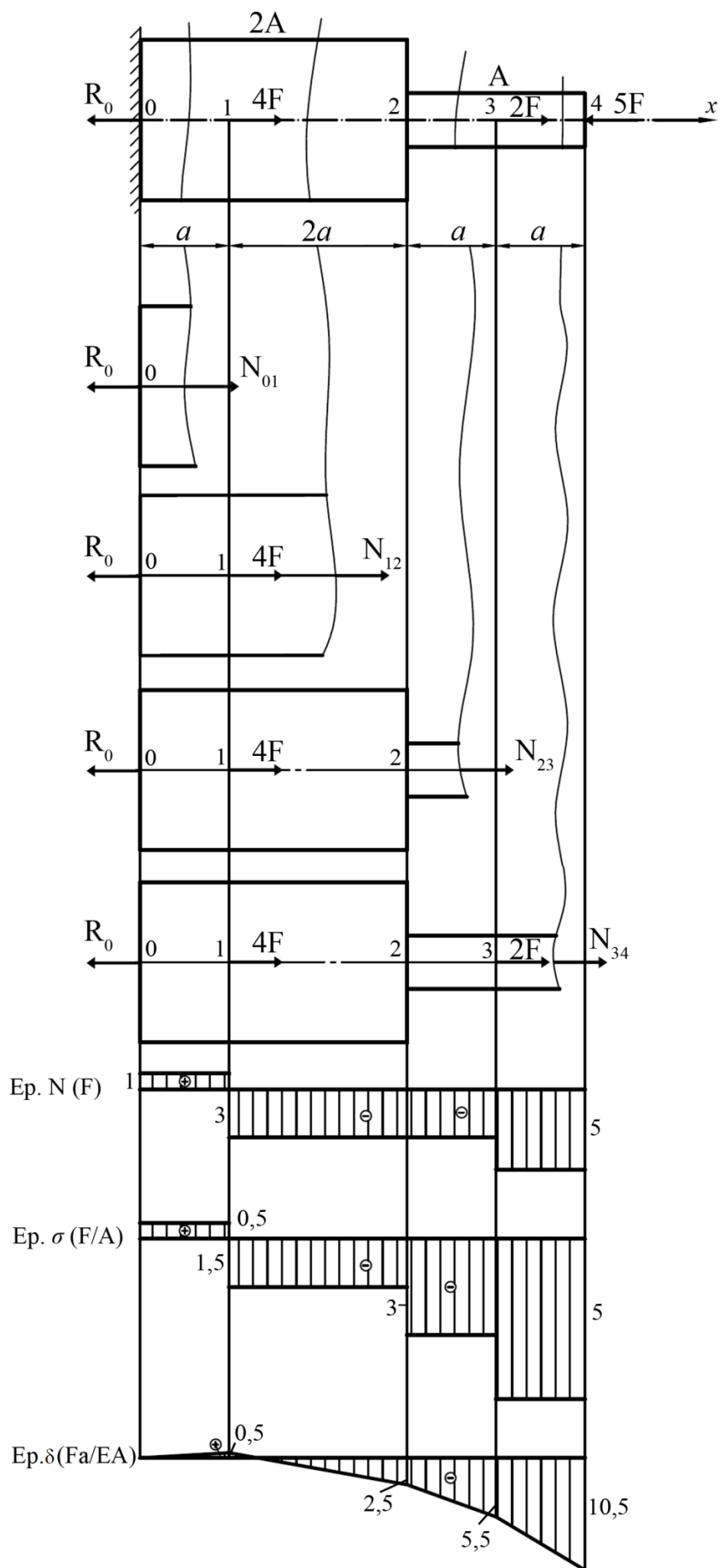
N epýury 3.2-nji suratda getirilen.

Normal dartgynlylyklary we deformasiýalary (3.2) aňlatmany ulanyp hasaplaýarys (bu ýerde ulanýan indekslerimiz N üçin ulanan indekslerimiz bilen gabat gelýär):

$$\sigma_{01} = \frac{F}{2A}, \quad \sigma_{12} = -\frac{3F}{2A}, \quad \sigma_{23} = -\frac{3F}{A}, \quad \sigma_{34} = -\frac{5F}{A};$$

$$\varepsilon_{01} = \frac{F}{2EA}, \quad \varepsilon_{12} = -\frac{3F}{2EA}, \quad \varepsilon_{23} = -\frac{3F}{EA}, \quad \varepsilon_{34} = -\frac{5F}{EA}.$$

σ we ε epýurlary diňe masştaby boýunça tapawutlanýanlygy üçin 3.2-nji suratda olar birleşdirilendir.



3.2-nji surat

Her böleklerdäki orun üýtgemäni (3.2) aňlatma boýunça tapýarys:
0–1 bölek:

$$\delta_{01} = \delta_0 + \int_0^x \frac{F}{2EA} dx = \frac{F}{2EA} x, \delta_1 = \delta_{01}(a) = \frac{Fa}{2EA};$$

1–2 bölek:

$$\delta_{12} = \delta_1 - \int_0^x \frac{3F}{2EA} dx = \frac{F}{EA} \left(\frac{1}{2}a - \frac{3}{2}x \right), \delta_2 = \delta_{12}(2a) = -\frac{5Fa}{2EA};$$

2–3 bölek:

$$\delta_{23} = \delta_2 - \int_0^x \frac{3F}{EA} dx = \frac{F}{EA} \left(-\frac{5}{2}a - 3x \right), \delta_3 = \delta_{23}(a) = -\frac{11Fa}{2EA};$$

3–4 bölek:

$$\delta_{34} = \delta_3 - \int_0^x \frac{5F}{EA} dx = \frac{F}{EA} \left(-\frac{11}{2}a - 5x \right), \delta_4 = \delta_{34}(a) = -\frac{21Fa}{2EA}.$$

δ epýury 3.2-nji suratda getirilen. ■

3.3-nji mysal. 3.3-nji suratda görkezilen basgançakly steržen üçin N , σ , ε , δ epýurlaryny gurmaly we berklik şertinden taslama hasabyny geçirmeli. Hasaplamalarda kabul etmeli: $a = 0,5$ m, $\sigma_u^c = \sigma_y = 500$ MPa; $n_{adm} = 1,5$; $\sigma_{adm}^t = 0,7 \sigma_{adm}^c$; $q = 100$ kN/m; maýyşgaklyk moduly sterženiň uzynlygy boýunça hemişelikdir.

Çözülişi. 1 – 3. Sterženiň bölekler bölünişi 3.3-nji suratda görkezilen. Direg gaýtargysyny tapýarys:

$$\sum X = 0: -R_0 - 3qa - q \cdot 2a + 4qa = 0, R_0 = -qa.$$

3.2-nji meselä meňzeş ýagdaýda normal güýçleri

$$N_{01} = -qa, N_{12} = 3qa - qa = 2qa,$$

$$N_{23} = 2qa + qx = q(2a + x), N_3 = N_{23}(2a) = 4qa,$$

we dartgynlylygy hem-de deformasiýalary kesgitleýäris

$$\sigma_{01} = -\frac{qa}{2A}, \quad \sigma_{12} = \frac{qa}{A}, \quad \sigma_{23} = \frac{q}{A}(2a + x), \quad \sigma_3 = \sigma_{23}(2a) = \frac{4qa}{A};$$

$$\varepsilon_{01} = -\frac{qa}{2EA}, \quad \varepsilon_{12} = \frac{qa}{EA}, \quad \varepsilon_{23} = \frac{q}{EA}(2a + x), \quad \varepsilon_3 = \varepsilon_{23}(2a) = \frac{4qa}{EA}.$$

Soňra her böleklerdäki orun üýtgemeleri hasaplaýarys:

0–1 bölek ($\delta_0 = 0$):

$$\delta_{01} = \delta_0 + \int_0^x -\frac{qa}{2EA} dx = -\frac{qa}{2EA} x, \delta_1 = \delta_{01}(a) = -\frac{qa^2}{2EA};$$

1–2 bölek:

$$\delta_{12} = \delta_1 + \int_0^x \frac{qa}{EA} dx = \frac{qa}{EA} \left(-\frac{1}{2}a + x\right), \delta_2 = \delta_{12}(2a) = \frac{3qa^2}{2EA};$$

2–3 bölek:

$$\delta_{23} = \delta_2 + \int_0^x \frac{q}{EA} (2a + x) dx = \frac{q}{EA} \left(\frac{3}{2}a^2 + 2ax + x^2\right),$$

$$\delta_3 = \delta_{23}(2a) = \frac{19qa^2}{2EA}.$$

Soňky bölekde epýur parabola kanuny boýunça üýtgeýär we ony gurmak üçin azyndan üç nokat gerek bolýar, mundan daşary kä halatlarda orun üýtgemäniň ekstremal bahasyny tapmak hem gerek bolýar. Orun üýtgemäniň ekstremum nokatlary deformasiýanyň nol bahasyna laýyk gelýär. $N, \sigma, \varepsilon, \delta$ epýurlary 3.3-nji suratda getirilen. (3.6) aňlatmany ulanyp rugsat edilýän dartgynlylygy hasaplaýarys:

$$\sigma_{adm}^c = \frac{\sigma_u^c}{n_{adm}} = \frac{500}{1,5} = 333 \text{ MPa}, \sigma_{adm}^t = 0,7\sigma_{adm}^c = 233 \text{ MPa}.$$

σ epýuryndan iň uly süýndüriji we gysyjy dartgynlylyklary kesgitläp, berklik şertinden tapýarys:

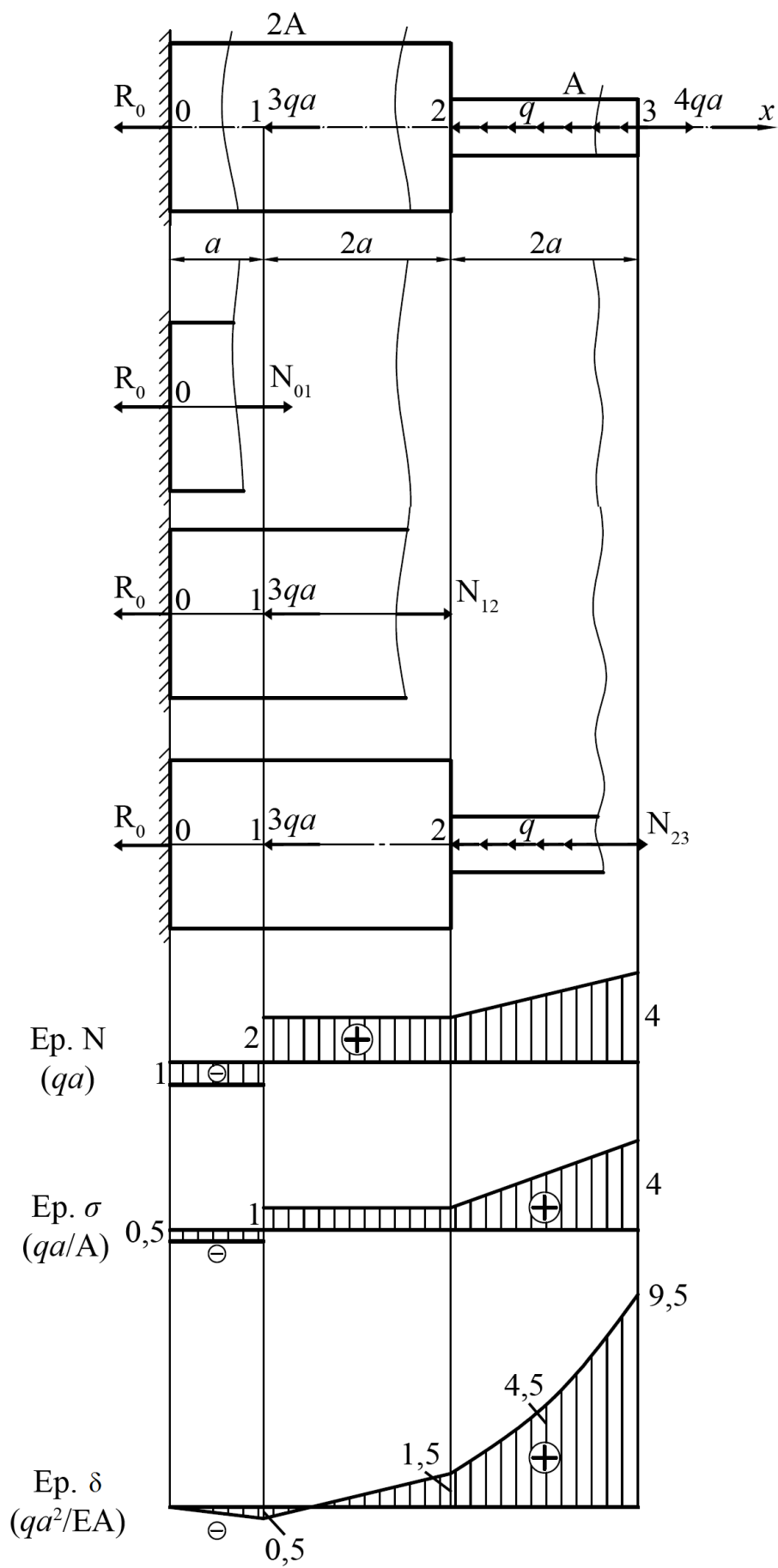
$$\sigma_{max}^t = \frac{4qa}{A} \leq \sigma_{adm}^t, \quad \sigma_{max}^c = -\frac{qa}{2A} \leq \sigma_{adm}^c.$$

Bu ýerden deňsizlikler ulgamyny alýarys

$$A \geq \frac{4qa}{\sigma_{max}^t} = \frac{4 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{233 \cdot 10^6} = 8,58 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$A \geq \frac{qa}{2\sigma_{adm}^c} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{2 \cdot 333 \cdot 10^6} = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2.$$

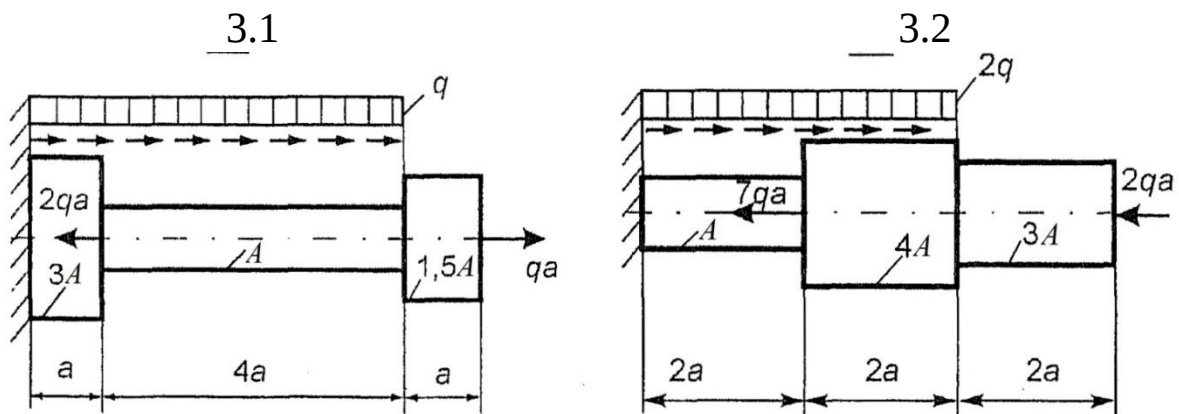
Diýmek, $A \geq 8,58 \text{ sm}^2$. Netijede $A = 8,6 \text{ sm}^2$ deň diýip kabul edýäris. ■



3.3-nji surat

Meseleler

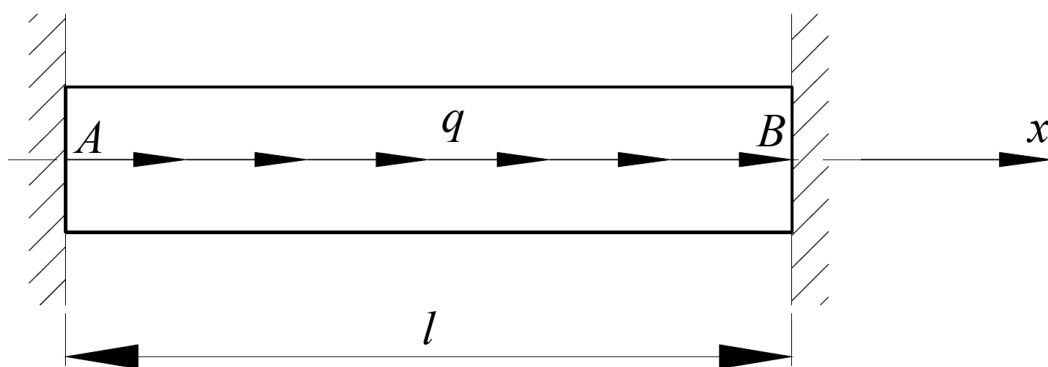
3.1 – 3.2. Laýyklykda suratlarda görkezilen sterženler üçin N , σ , ε we δ epýurlary gurmaly.



4-nji amaly sapak

STATIKI KESGITLENMEÝÄN BASGANÇAKLY STERŽENIŇ HASABY

Statiki kesgitlenýän pürslerden we ulgamlardan tapawutlylykda *statiki kesgitlenmeýän pürsleriň* (4.1-nji surat) *we ulgamlaryň diregleriniň gaýtargylaryny we içki güýçlerini diňe bir deňagramlylyk deňlemeleriniň kömegi bilen kesgitläp bolmaýar*. Şonuň üçin olaryň hasaplamasynda *ulgamyň deformasiýasynyň häsiýetini (meseläniň geometriki tarapy) nazara alyp, kesigiň orun üýtgemesiniň we deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesini düzmek* zerurdyr. Ulgamy hasaplamak üçin gerek bolan goşmaça deňlemeleriň sany, onuň statiki kesgitlenmezlik derejesini häsiýetlendirýär. Meseläniň çözüwi üçin näçe statiki deňleme ýetmeýän bolsa, hemişe şonça-da goşmaça deňleme düzüp bolýar.



4.1-nji surat

4.1-nji mysal. 4.1-nji suratda görkezilen steržen üçin N , σ , ε we δ tapmaly. $EA = \text{const}$ we $q = \text{const}$ hasap etmeli.

Çözülişi. Bu ýagdaýda gyra meselesi aşakdaky görnüşe eýe bolar

$$EA\delta'' = -q, \delta|_{x=0} = \delta|_{x=l} = 0.$$

Deňlemäni integrirläp alýarys

$$\delta = -\frac{q}{2EA}x^2 + C_1x + C_2.$$

Bar bolan hemişelikleri gyra şertlerinden tapýarys: $C_1 = ql/(2EA)$, $C_2 = 0$. Şunluk bilen,

$$\delta(x) = \frac{qx}{2EA}(l - x).$$

Mundan daşary kesgitleýäris:

$$\varepsilon = \delta' = \frac{q}{EA} \left(\frac{l}{2} - x \right), \sigma = \frac{q}{A} \left(\frac{l}{2} - x \right), N = q \left(\frac{l}{2} - x \right).$$

Şunlukda iň uly süýndüriji we gysyjy dartgynlylyklar sterženiň çep we sag uçlarynda hem özara deň bolarlar:

$$\sigma_{max}^t = \sigma|_{x=0} = \frac{ql}{2A}, \sigma_{max}^c = \sigma|_{x=l} = \frac{ql}{2A}. \blacksquare$$

Umumy ýagdaýda *statiki kesgitlenmeýän meseleleriň (SKM) çözülişiniň* yzygiderlik *algoritmi* 3-nji amaly okuwynda getirilen yzygiderlik bilen gabat gelýär we diňe 2-nji bölümdäki çylşyrymlaşdyrmalar arkaly tapawutlandyrylýar.

Direglerdäki näbelli gaýtargylary kesgitlemek üçin deňagramlylyk deňlemesine *deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi* goşulýar. 4.1-nji suratda görkezilen tipli meseleler üçin deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi aşakdaky görnüşe eýe bolýar

$$\delta_B = \delta|_{x=l} = 0 \quad (4.1)$$

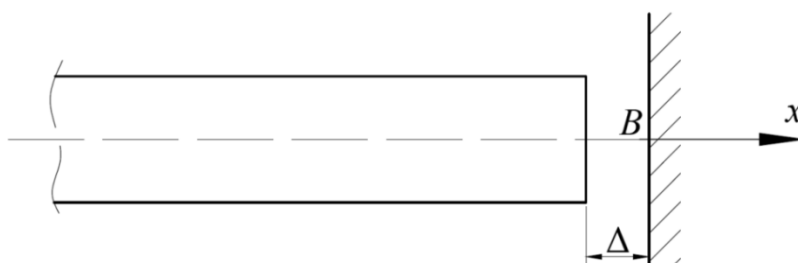
Bu ýagdaýda δ_B haýsy bolsa-da bir diregiň gaýtargysynyň üsti bilen aňladylýar we şonda (4.1) – şol gaýtarga görä düzülen deňlemedir.

Haçan-da (4.1) deňlemäniň özleşdirme zerurlygy ýüze çyksa, başga-da amaly taýdan möhüm meseleler hem duş gelýär.

Yşly meseleler (4.2-nji 1). Bu ýerde sterženiň sag (ýa-da çep) uçlarynda Δ ululykda yş bar. Çözülişi iki tapgyrdan durýar:

- berlen daşky ýüklenmelerdäki erkin uçly statiki kesgitlenýän meselä seredilýär we bu ujuň orun üýtgemesi δ_{B0} hasaplanylýar;
- eger-de $\delta_{B0} > \Delta$ bolsa, onda statiki kesgitlenmeýän deformasiýanyň bilelikdäki deňlemeli meselä geçýäris

$$\delta_B = \delta|_{x=l} = \Delta. \quad (4.2)$$



4.2-nji surat

Montaž dartgynlylykly meseleler (4.2-nji surat). Bu wariantda daşky ýüklenmeler ýok diýip çaklanylýar we Δ yşy konstruksiýanyň montažynda (gurluşygynda) saýlanylýar. Çözülişi standart statiki

kesgitlenmeýän meseleleriňki ýaly gurulýar, emma (4.2) bilelikdäki deňlemesi göz önüne tutulýar.

Statiki kesgitlenmeýän meseleler üçin temperatura täsirini hasaba almaklyk häsiýetli aýratynlygydygyny belläp geçmelidir. Bu ýagdaýda doly uzaboýuna deformasiýa *maýyşgak* ε_m we temperatura ε_t düzüjileriň jemidir:

$$\varepsilon = \varepsilon_m + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_m = \frac{\sigma}{E}, \quad \varepsilon_t = \alpha \Delta t. \quad (4.3)$$

4.2-nji mysal. Maýyşgaklyk moduly uzynlygy boýunça hemişelik hasaplap 4.3-nji suratda görkezilen steržen üçin N , σ we δ epýurlaryny gurmaly.

Çözülişi. 1 – 2. Sterženiň böleklere bölünilişi 4.3-nji suratda görkezilen.

Mesele statiki kesgitlenmeýän bolýar, sebäbi iki sany direk gaýtargylaryny R_0 we R_4 kesgitlemek üçin diňe bir sany deňagramlylyk deňlemesini düzüp bolýar:

$$\sum x = 0: -R_0 + 0,5q \cdot 2a - 3qa + R_4 = 0.$$

Deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi aşakdaky görnüşe eýe bolýar

$$\delta_4 = 0.$$

0–1 bölek:

$$N_{01} = R_0, \sigma_{01} = \frac{R_0}{A}, \varepsilon_{01} = \frac{R_0}{EA},$$

$$\delta_{01} = \int_0^x \varepsilon_{01} dx = \frac{R_0 x}{EA},$$

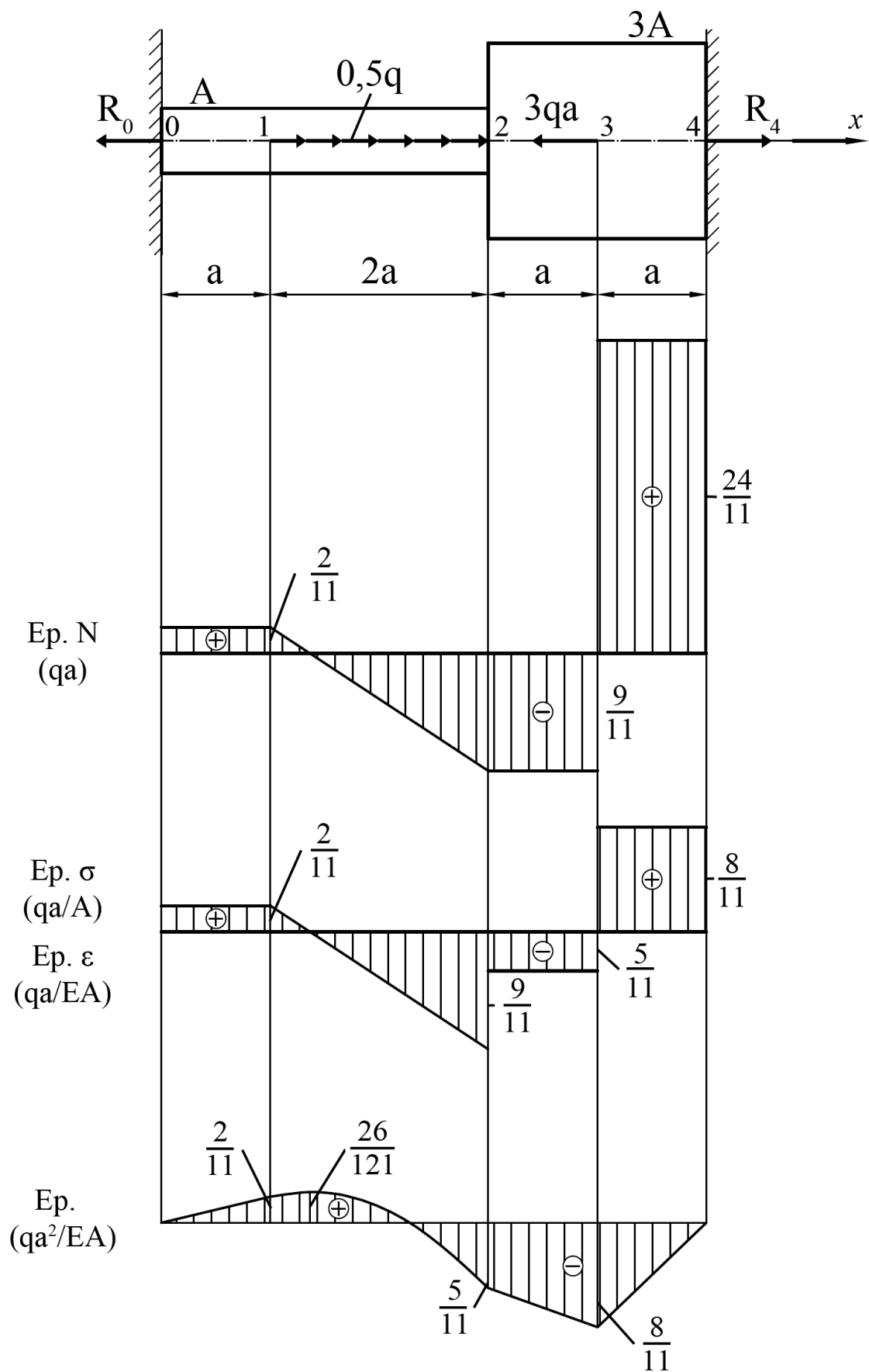
$$\delta_1 = \delta_{01}(a) = \frac{R_0 a}{EA};$$

1–2 bölek:

$$N_{12} = R_0 - 0,5qx, \sigma_{12} = \frac{R_0 - 0,5qx}{A}, \varepsilon_{12} = \frac{R_0 - 0,5qx}{EA},$$

$$\delta_{12} = \delta_1 + \int_0^x \varepsilon_{12} dx = \frac{1}{EA} \left[R_0(a + x) - \frac{1}{4}qx^2 \right],$$

$$\delta_2 = \delta_{12}(2a) = \frac{a}{EA} (3R_0 - qa);$$



4.3-nji surat

2–3 bölek:

$$N_{23} = R_0 - 0,5q \cdot 2a, \sigma_{23} = \frac{R_0 - qa}{3A}, \varepsilon_{23} = \frac{R_0 - qa}{3EA},$$

$$\delta_{23} = \delta_2 + \int_0^x \varepsilon_{23} dx = \frac{1}{3EA} [R_0(9a + x) - qa(3a + x)],$$

$$\delta_3 = \delta_{23}(a) = \frac{a}{3EA} (10R_0 - 4qa);$$

3–4 bölek:

$$N_{34} = R_0 - 0,5q \cdot 2a + 3qa, \sigma_{34} = \frac{R_0 + 2qa}{3A}, \varepsilon_{34} = \frac{R_0 + 2qa}{3EA},$$

$$\delta_{34} = \delta_3 + \int_0^x \varepsilon_{34} dx = \frac{1}{3EA} [R_0(10a + x) - qa(4a - 2x)],$$

$$\delta_4 = \delta_{34}(a) = \frac{a}{2EA} (11R_0 - 2qa).$$

Diýmek ulgamyň bilelikdäki deňlemesi we onuň çözülişi aşakdaky görnüşe eýe bolýar

$$11R_0 - 2qa = 0, \quad R_0 = \frac{2}{11} qa.$$

Gaýtargynyň tapylan bahasyny ýokarda alnan aňlatmalara goýup, bölekler boýunça N , σ , ε we δ kesgitleýäris. Bu aňlatmalardan epýuryň üýtgeýiş häsiýeti düşüňikli bolany üçin, diňe bölekleriň ahyryndaky talap edilýän ululyklaryň bahalaryny tapmak ýeterlikdir:

0–1 bölek:

$$N_{01} = N_1 = \frac{2}{11} qa, \quad \sigma_{01} = \sigma_1 = \frac{2}{11} \frac{qa}{A}, \quad \varepsilon_{01} = \varepsilon_1 = \frac{2}{11} \frac{qa}{EA},$$

$$\delta_0 = 0, \quad \delta_1 = \frac{2}{11} \frac{qa^2}{EA};$$

1–2 bölek:

$$N_1 = \frac{2}{11} qa, \quad N_2 = -\frac{9}{11} qa, \quad \sigma_1 = \frac{2}{11} \frac{qa}{A}, \quad \sigma_2 = -\frac{9}{11} \frac{qa}{A},$$

$$\varepsilon_1 = \frac{2}{11} \frac{qa}{EA}, \quad \varepsilon_2 = -\frac{9}{11} \frac{qa}{EA}, \quad \delta_2 = -\frac{5}{11} \frac{qa^2}{EA};$$

2–3 bölek:

$$N_2 = N_3 = -\frac{9}{11}qa, \quad \sigma_3 = -\frac{9}{33}\frac{qa}{A},$$

$$\varepsilon_3 = -\frac{9}{33}\frac{qa}{EA}, \quad \delta_3 = -\frac{8}{11}\frac{qa^2}{EA}$$

3–4 bölek:

$$N_4 = \frac{24}{11}qa, \quad \sigma_4 = \frac{8}{11}\frac{qa}{A}, \quad \varepsilon_4 = \frac{8}{11}\frac{qa}{EA}, \quad \delta_4 = 0.$$

Bu ýerde orun üýtgemeleriň üznüksizligine laýyklykda soňky üç bölekler üçin olaryň diňe soňundaky bahalary berlen. Çözüliş başynda getirilen deňagramlylyk deňlemesini düzmegiň hökman dældigini belläp geçmek gerek, sebäbi $R_4=N_4$. Emma ony tapylan näbellileriň dogrudygyny barlamak üçin ulanmak amatlydyr.

Mundan başga 1–2 bölekde orun üýtgemäniň ekstremum nokadyny kesgitleliň:

$$\varepsilon_{12} = \frac{q}{EA} \left(\frac{2}{11}a - \frac{1}{2}x_* \right) = 0, x_* = \frac{4}{11}a.$$

Deformasiýa bu nokatdan geçende öz alamatyny goşmakdan aýyrmaga geçýänligi üçin, orun üýtgame maksimal položitel baha eýe bolýar:

$$\delta_{ext} = \delta_{max} = \delta_{12}(x_*) = \frac{26}{121}\frac{qa^2}{EA}.$$

Degişli epýurlar 4.3-nji suratda getirilendir. ■

4.3-nji mysal. 4.4-nji suratda getirilen basgançakly sterženiň ortaky bölegi Δt ululykda gyzdyrylan. Maýyşgaklyk modulyny hemişelik hasap edip N , σ we δ epýurlaryny gurmaly.

Çözülişi. 1 – 2. Sterženiň böleklere bölünilişi 4.4-nji suratda görkezilen.

Mesele statiki kesgitlenmeýändir. Diregleri aýryp taşlaýarys we olary R_0 , R_3 gaýtargylar bilen çalyşýarys. Deňagramlylyk deňlemesini sterženiň boý okuna proyektirläp düzýäris:

$$\sum x = 0: -R_0 + R_3 = 0.$$

Deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesine (4.1) laýyklykda aşakdaky görnüşe eýe bolýar

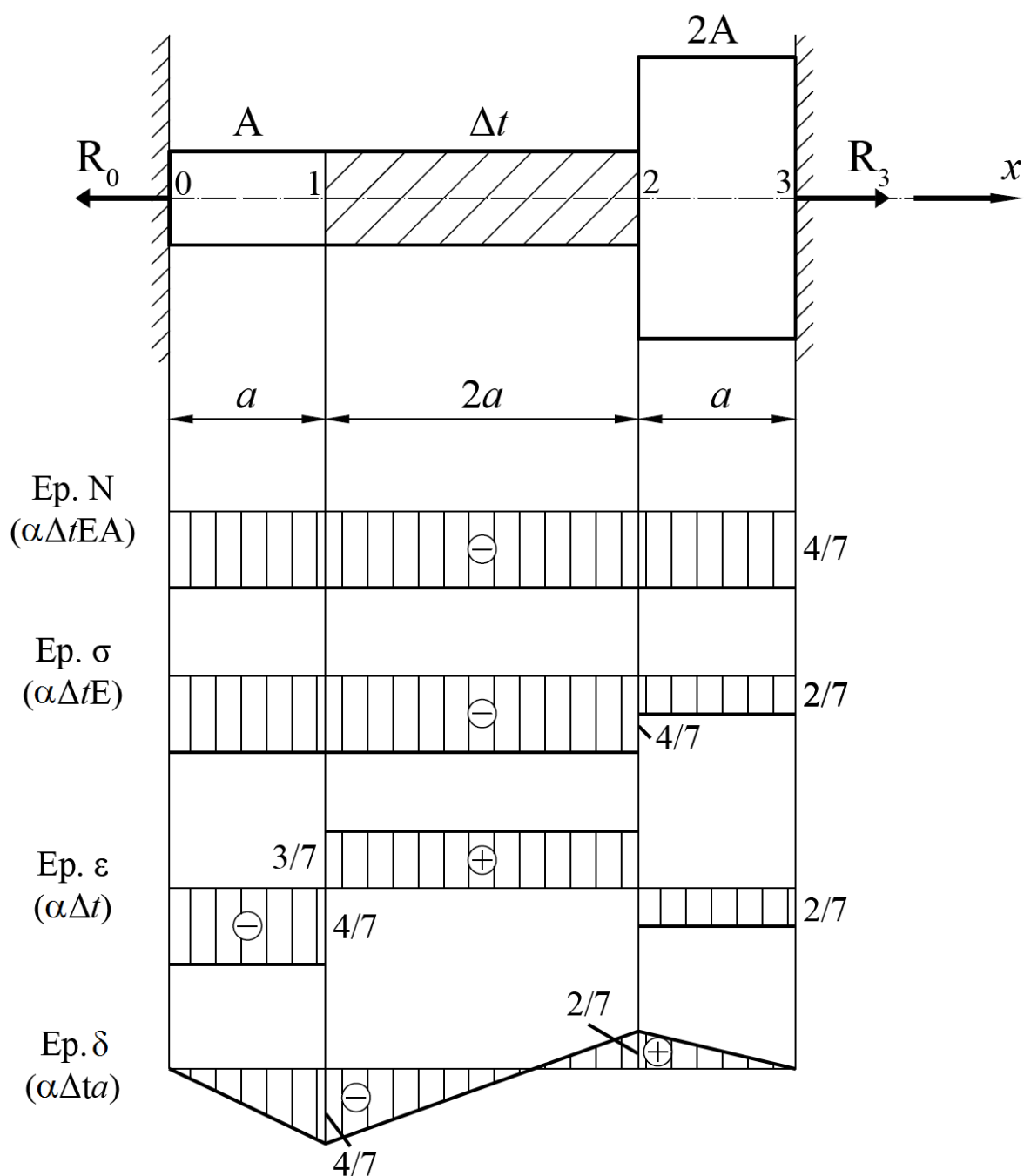
$$\delta_3 = 0.$$

Soňra öňki meselä meňzeşlikde, bölekleri boýunça N we σ tapýarys:

$$N_{01} = N_{12} = N_{23} = R_0, \quad \sigma_{01} = \sigma_{12} = \frac{R_0}{A}, \quad \sigma_{23} = \frac{R_0}{2A}.$$

Soňra (4.3) we (3.5) aňlatmalary ulanyp ε we δ kesgitleýäris: 0–1 bölek ($\delta_0 = 0$):

$$\varepsilon_{01} = \frac{R_0}{EA}, \quad \delta_{01} = \int_0^x \varepsilon_{01} dx = \frac{R_0 x}{EA}, \quad \delta_1 = \delta_{01}(a) = \frac{R_0 a}{EA};$$



4.4-nji surat

1–2 bölek:

$$\varepsilon_{12} = \frac{R_0}{EA} + \alpha\Delta t, \delta_{12} = \delta_1 + \int_0^x \varepsilon_{12} dx = \frac{R_0 a}{EA} + \left(\frac{R_0}{EA} + \alpha\Delta t \right) x,$$

$$\delta_2 = \delta_{12}(2a) = \left(\frac{3R_0}{EA} + 2\alpha\Delta t \right) a;$$

2–3 bölek:

$$\varepsilon_{23} = \frac{R_0}{2EA}, \delta_{23} = \delta_2 + \int_0^x \varepsilon_{23} dx = \left(\frac{3R_0}{EA} + 2\alpha\Delta t \right) a + \frac{R_0 x}{2EA},$$

$$\delta_3 = \delta_{23}(a) = \left(\frac{7R_0}{2EA} + 2\alpha\Delta t \right) a;$$

Şunlukda, bilelikdäki deňlemesi we onuň çözülişi aşakdaky görnüşe eýe bolýar

$$\frac{7R_0}{2EA} + 2\alpha\Delta t = 0$$

$$R_0 = -\frac{4}{7}\alpha\Delta t EA.$$

Bu bahany ýokarda alnan deňlemelere goýup, her bölek üçin N , σ , ε indiki hemişelik bahalary alýarys:

$$N_{01} = N_{12} = N_{23} = -\frac{4}{7}\alpha\Delta t EA; \quad \sigma_{01} = \sigma_{12} = -\frac{4}{7}\alpha\Delta t E,$$

$$\sigma_{23} = -\frac{2}{7}\alpha\Delta t E; \quad \varepsilon_{01} = -\frac{4}{7}\alpha\Delta t, \quad \varepsilon_{12} = \frac{3}{7}\alpha\Delta t, \quad \varepsilon_{23} = -\frac{2}{7}\alpha\Delta t,$$

δ orun üýtgeме çyzykly üýtgeýär. Olaryň bölekleriniň uçlaryndaky bahalary şunuň ýaly:

$$\delta_0 = 0, \quad \delta_1 = -\frac{4}{7}\alpha\Delta t a, \quad \delta_2 = \frac{2}{7}\alpha\Delta t a, \quad \delta_3 = 0.$$

N , σ , ε we δ epýurlary 4.4-nji suratda görkezilen. ■

4.4-nji mysal. 4.5-nji suratda görkezilen steržen üçin maýyşgaklyk modulyny hemişelik hasap edip, berklik şertinden taslama we barlag hasaplamalaryny geçirmeli, şonuň ýaly hem diňe güýç ýüklenmäniň täsirinde orun üýtgemäniň δ epýuryny gurmaly. Hasaplamalarda kabul etmeli: $q = 50$ kN/m; $\Delta t = 20^\circ\text{C}$; $a = 0,5$ m; $\sigma_u^t = 240$ MPa; $E = 7 \cdot 10^5$ MPa; $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5}$ $1/^\circ\text{C}$; $n_{adm} = 1,8$; gysylma

rugsat edilyän dartgynlylyk süýnmä rugsat edilyän dartgynlylykdan 30% kiçidir.

Çözülişi. A. Taslama hasaby. Taslama hasabynda diňe güýç ýüklenmeleri göz öňünde tutulýar.

1 – 2. Bölekleriň bölünilişi 4.5-nji suratda getirilen. Diregleri R_0 we R_4 gaýtargylar bilen çalyşyarys we deňagramlylyk deňlemesini düzýäris:

$$\sum x = 0: -R_0 - 4qa + 3q \cdot 2a + R_4 = 0.$$

Mesele statiki kesgitlenmeýän bolup dur. (4.1) laýyklykda deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi aşakdaky görnüşe eýe bolar

$$\delta_4 = 0.$$

Soňra 4.2-nji mysala meňzeşlikde bölekler boýunça N , σ , ε we δ tapýarys:

0–1 bölek ($\delta_0 = 0$):

$$N_{01} = R_0, \sigma_{01} = \frac{R_0}{A}, \varepsilon_{01} = \frac{R_0}{EA},$$

$$\delta_{01} = \int_0^x \varepsilon_{01} dx = \frac{R_0 x}{EA},$$

$$\delta_1 = \delta_{01}(a) = \frac{R_0 a}{EA};$$

1–2 bölek:

$$N_{12} = R_0 + 4qa, \quad \sigma_{12} = \frac{R_0 + 4qa}{A}, \quad \varepsilon_{12} = \frac{R_0 + 4qa}{EA},$$

$$\delta_{12} = \delta_1 + \int_0^x \varepsilon_{12} dx = \frac{1}{EA} [(R_0 + 4qa)x - R_0 a],$$

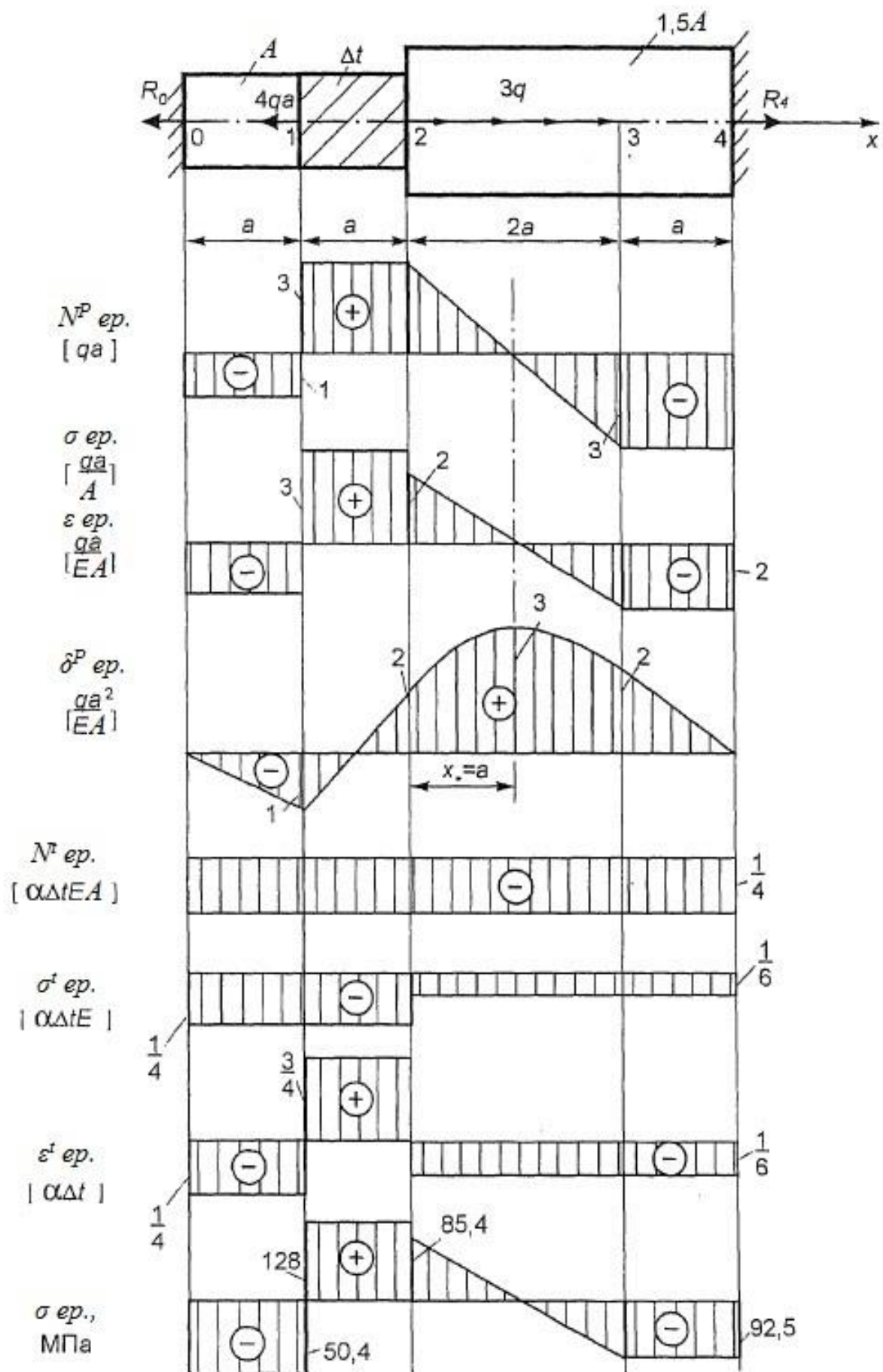
$$\delta_2 = \delta_{12}(a) = \frac{2a}{EA} (R_0 + 2qa);$$

2–3 bölek:

$$N_{23} = R_0 + 4qa - 3q \cdot x, \sigma_{23} = \frac{R_0 + 4qa - 3qx}{1,5A},$$

$$\varepsilon_{23} = \frac{2}{3} \frac{R_0 + 4qa - 3qx}{EA}$$

$$\delta_{23} = \delta_2 + \int_0^x \varepsilon_{23} dx = \frac{1}{EA} \left[R_0 \left(2a - \frac{2}{3}x \right) + q \left(4a^2 + \frac{8}{3}ax - x^2 \right) \right],$$



4.5-nji surat

$$\delta_3 = \delta_{23}(2a) = \frac{2a}{3EA}(5R_0 + 8qa);$$

3–4 bölek:

$$N_{34} = R_0 + 4qa - 3q \cdot 2a = R_0 - 2qa, \sigma_{34} = \frac{R_0 - 2qa}{1,5A},$$

$$\varepsilon_{34} = \frac{2}{3} \frac{R_0 - 2qa}{EA}$$

$$\delta_{34} = \delta_3 + \int_0^x \varepsilon_{34} dx = \frac{2}{3EA} [R_0(5a + x) + 2qa(4a - x)],$$

$$\delta_4 = \delta_{34}(a) = \frac{4a}{EA}(R_0 + qa).$$

Şunlukda, bilelikdäki deňleme we onuň çözülişi aşakdaky görnüşe eýe bolar:

$$R_0 + qa = 0, \quad R_0 = -qa.$$

Gaýtargynyň tapylan bahasyny ýokarda alnan deňlemelere goýup, bölekler boýunça N , σ , ε we δ taparys. Olar bölekleriň uçlarynda indiki bahalara eýe bolar:

0–1 bölek:

$$N_{01} = N_1 = -qa, \quad \sigma_{01} = \sigma_1 = -\frac{qa}{A}, \quad \varepsilon_{01} = \varepsilon_1 = -\frac{qa}{EA},$$

$$\delta_0 = 0, \delta_1 = -\frac{qa^2}{EA};$$

1–2 bölek:

$$N_1 = N_2 = 3qa, \sigma_1 = \sigma_2 = \frac{3qa}{A}, \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \frac{3qa}{EA}, \delta_2 = \frac{2qa^2}{EA};$$

2–3 bölek:

$$N_2 = 3qa, N_3 = -3qa, \sigma_2 = \frac{2qa}{A}, \sigma_3 = -\frac{2qa}{A},$$

$$\varepsilon_2 = \frac{2qa}{EA}, \varepsilon_3 = -\frac{2qa}{EA}, \delta_3 = \frac{2qa^2}{EA}$$

3–4 bölek:

$$N_3 = N_4 = -3qa, \sigma_3 = \sigma_4 = -\frac{3qa}{A}, \varepsilon_3 = \varepsilon_4 = -\frac{2qa}{EA}, \delta_4 = 0.$$

Tapylan R_0 we $R_4=N_4$ meňzeşligi, çözüwiň dogrulygyny subut edýär.

2–3 bölekde orun üýtgemäniň ekstremum nokadyny kesgitleýäris:

$$\delta_{23} = \frac{2q}{EA}(a + x_*) = 0, x_* = a.$$

Deformasiýa bu nokady kesip geçende alamatyny goşmakdan aýyrmaga üýtgedýär we bu kesikde maksimum baha eýe bolýar:

$$\delta_{exrt} = \delta_{max} = \delta_{23}(x_*) = \frac{3qa^2}{EA}.$$

$N^F, \sigma^F, \varepsilon^F$ we δ^F laýyk epýurlar 4.5-nji suratda görkezilen.

(2.4) aňlatmany ulanyp rugsat edilýän dartgynlylyklary hasaplaýarys:

$$\sigma_{adm}^t = \frac{\sigma_u^t}{n_{adm}} = 133 \text{ MPa}, \quad \sigma_{adm}^c = 93,1 \text{ MPa}.$$

σ^F epýuryndan iň uly süýndüriji we gysyjy dartgynlylyklary kesgitleýäris we berklik şertini ýazýarys

$$\sigma_{max}^t = \frac{3qa}{A} \leq \sigma_{adm}^t, \quad \sigma_{max}^c = \frac{2qa}{A} \leq \sigma_{adm}^c.$$

Bu ýerden kesigiň meýdanyna görä deňsizlikler ulgamyndan alýarys:

$$A \geq \frac{3qa}{\sigma_{adm}^t} = \frac{3 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{133 \cdot 10^6} = 5,64 \cdot 10^{-4} \text{ m},$$

$$A \geq \frac{2qa}{\sigma_{adm}^c} = \frac{2 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{93,1 \cdot 10^6} = 5,36 \cdot 10^{-4} \text{ m}.$$

Şunlukda $A \geq 5,64 \text{ sm}^2$. $A = 5,64 \text{ sm}^2$ kabul edýäris.

B. Barlag hasaby. Başda sap temperatura meselesini çözelin, ýagny güýç ýüklenmesi ýok we 1–2 bölek $\Delta t^0\text{C}$ gyzdyrylan diýip hasap edelin. Bu ýagdaýda diňe güýjüň täsirinde seredilen meseläniň çözüwiniň netijelerini ulanýarys.

1 – 2. Deňagramlylyk deňlemesine $q=0$ hasap etmeli. Deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi diňe güýjüň täsiri seredilen meselede getirilen bilen meňzeşdir. Soňra 4.3-nji mysala meňzeşlikde bölekler boýunça N, σ, ε we δ tapýarys. 0–1 bölek üçin ýokarda alnan bahalar galdyrylýar, başgalar üçin alýarys:

1–2 bölek:

$$N_{12} = R_0, \quad \sigma_{12} = \frac{R_0}{A}, \quad \varepsilon_{12} = \frac{R_0}{EA} + \alpha \Delta t,$$

$$\delta_{12} = \delta_1 + \int_0^x \varepsilon_{12} dx = \frac{R_0}{EA} (a + x) + \alpha \Delta t x,$$

$$\delta_2 = \delta_{12}(a) = a \left(\frac{2R_0}{EA} + \alpha \Delta t \right);$$

2–4 bölek:

$$N_{24} = R_0, \quad \sigma_{24} = \frac{R_0}{1,5A}, \quad \varepsilon_{23} = \frac{2R_0}{3EA},$$

$$\delta_{24} = \delta_2 + \int_0^x \varepsilon_{24} dx = \frac{R_0}{EA} \left(2a + \frac{2}{3}x \right) + \alpha \Delta t x,$$

$$\delta_4 = \delta_{24}(3a) = a \left(\frac{4R_0}{EA} + \alpha \Delta t \right).$$

Şunlukda, bilelikdäki deňleme we onuň çözülişi aşakdaky görnüşe eýe bolar

$$\frac{4R_0}{EA} + \alpha \Delta t = 0, \quad R_0 = -\frac{1}{4} \alpha \Delta t EA.$$

Şunluk bilen her bölekde N^t , σ^t , ε^t indiki hemişelik bahalara eýe bolar:

$$N_{01} = N_{12} = N_{34} = -\frac{1}{4} \alpha \Delta t EA, \quad \sigma_{01} = \sigma_{12} = -\frac{1}{4} \alpha \Delta t E,$$

$$\sigma_{24} = -\frac{1}{6} \alpha \Delta t E, \quad \varepsilon_{01} = -\frac{1}{4} \alpha \Delta t, \quad \varepsilon_{12} = \frac{3}{4} \alpha \Delta t, \quad \varepsilon_{24} = -\frac{1}{6} \alpha \Delta t.$$

N^t , σ^t , ε^t laýyk epýurlar 4.5-nji suratda görkezilen.

4 – 5. Meseläniň berlen şertlerini we taslama hasabynda kesgitlenen kesigiň meýdanyny ulanyp, doly epýury $\sigma = \sigma^F + \sigma^t$ gurýarys. Doly epýura görä $\sigma_{max}^t = 128$ MPa, $\sigma_{max}^c = 92,5$ MPa kesgitleýäris we hakyky berklik ätiýajyny kesgitleýäris:

$$n = \min \left(\frac{\sigma_u^t}{\sigma_{adm}^t}; \frac{0,7\sigma_u^t}{\sigma_{adm}^c} \right) = \min(1,87; 1,82) = 1,82.$$

$n > n_{adm}$ bolany üçin, bu ýerde hasaplamany tamamlýarys. ■

4.5-nji mysal. 4.6-njy suratda görkezilen steržende sag direk bilen aralykda Δ yş bar. N , σ , ε we δ epýurlary gurmaly, maýyşgaklyk moduly hemişelik hasap etmeli.

Çözülüşi. Sterženiň böleklere bölünilişi 4.6-njy suratda görkezilen.

A. Statiki kesgitlenýän mesele. 1 – 2. Çep diregi R_0 gaýtargy bilen çalyşýarys we ony deňagramlylyk deňlemesinden (paýlanan ýüküň deňtäsi redijisini trapesiýanyň meýdany ýaly hasaplaýarys) kesgitleýäris:

$$\sum x = 0: -R_0 + \frac{q + 3q}{2} 2l - \frac{1}{2} ql = 0, \quad R_0 = \frac{7}{2} ql.$$

Bölekler boýunça N , σ , ε we δ tapýarys (alnan aňlatmalary soňra ulanmak maksady bilen aralyk hasaplamalarda R_0 anyk bahasy goýulmaýar, B bölüme seret):

0–1 bölek ($\delta_0 = 0$):

$$N_{01} = R_0, \sigma_{01} = \frac{R_0}{2A}, \varepsilon_{01} = \frac{R_0}{2EA},$$

$$\delta_{01} = \int_0^x \varepsilon_{01} dx = \frac{R_0 x}{EA},$$

$$\delta_1 = \delta_{01}(l) = \frac{R_0 l}{EA};$$

1–2 bölek (paýlanan ýüküň q_{12} ýerli x koordinata görä baglylygy geometriki nukdaýnazardan tapýarys):

$$q_{12} = q + \frac{3q - q}{2l} x, N_{12} = R_0 - \frac{q + q(1 - x/l)}{2} x,$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{2A} \left[R_0 - q \left(x + \frac{x^2}{2l} \right) \right], \varepsilon_{12} = \frac{\sigma_{12}}{E},$$

$$\delta_{12} = \delta_1 + \int_0^x \varepsilon_{12} dx = \frac{1}{2EA} \left[R_0(l + x) - \frac{qx^2}{2} \left(q + \frac{x}{3l} \right) \right],$$

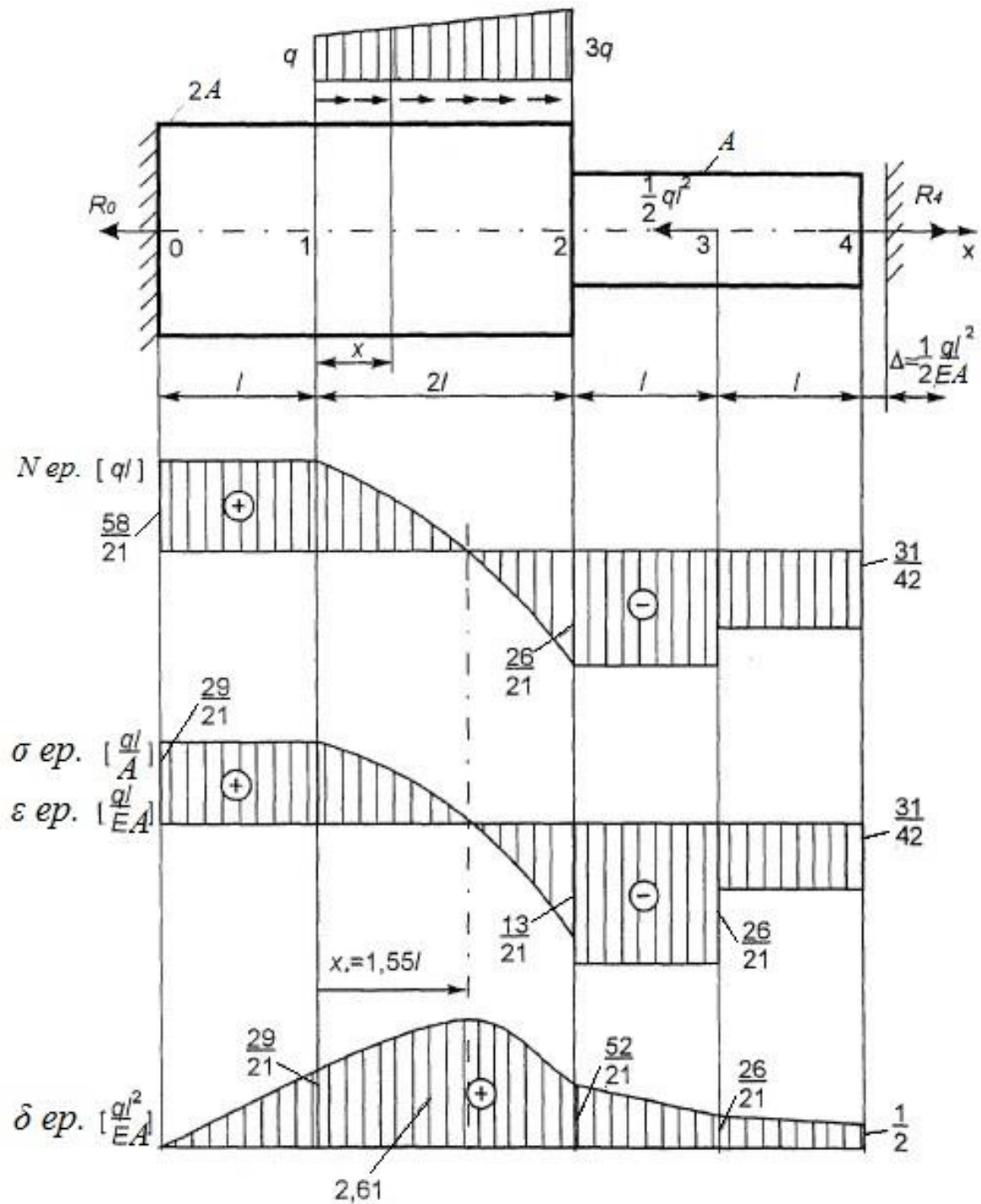
$$\delta_2 = \delta_{12}(2l) = \frac{l}{2EA} \left(3R_0 - \frac{10}{3} ql \right);$$

2–3 bölek:

$$N_{23} = R_0 - 4ql, \sigma_{23} = \frac{R_0 - 4ql}{A}, \varepsilon_{23} = \frac{R_0 - 4ql}{EA}$$

$$\delta_{23} = \delta_2 + \int_0^x \varepsilon_{23} dx = \frac{1}{EA} \left[R_0 \left(\frac{3}{2} l + x \right) - ql \left(\frac{5}{3} l + 4x \right) \right],$$

$$\delta_3 = \delta_{23}(l) = \frac{l}{EA} \left(\frac{5}{2} R_0 - \frac{17}{3} ql \right);$$



4.6-njy surat

3–4 bölek:

$$N_{34} = R_0 - 4ql + \frac{1}{2}ql, \sigma_{34} = \frac{1}{A} \left(R_0 + \frac{7}{2}ql \right), \varepsilon_{34} = \frac{1}{EA} \left(R_0 + \frac{7}{2}ql \right)$$

$$\delta_{34} = \delta_3 + \int_0^x \varepsilon_{34} dx = \frac{1}{EA} \left[R_0 \left(\frac{5}{2}l + x \right) - ql \left(\frac{17}{3}l + \frac{7}{2}x \right) \right],$$

$$\delta_4 = \delta_{34}(l) = \frac{l}{2EA} \left(7R_0 - \frac{55}{3}ql \right) = \frac{37}{12} \frac{ql^2}{EA}.$$

$\delta_4 > \Delta$ bolany üçin, sterženiň sag uýy direge direňýär we mesele statiki kesgitlenmeýän bolýar.

B. Statiki kesgitlenmeýän mesele. 1 – 2. Adaty ýaly direkleri R_0 we R_4 gaýtargylary bilen çalyşýarys (4.6-njy surata seret) we deňagramlylyk deňlemesini düzýäris:

$$\sum X = 0: -R_0 + 4ql - \frac{1}{2}ql + R_4 = 0.$$

Bu ýagdaýda bilelikdäki deňleme aşakdaky görnüşe eýe bolar

$$\delta_4 = \Delta.$$

Bu ýere A bölümde alnan δ_4 bahasyny goýup R_0 alýarys

$$\frac{l}{2EA} \left(7R_0 - \frac{55}{3}ql \right) = \frac{1}{2} \frac{ql^2}{EA}, \quad R_0 = \frac{58}{21}ql.$$

A bölümindäki aňlatmalarda tapylan R_0 gaýtargynyň bahasyny nazarda tutup N , σ , ε we δ epýurlary gurýarys (4.6-njy surat). Bu ýagdaýda 1–2 bölekde orun üýtgemäniň ekstremum nokady aşakdaky şertden kesgitlenýär:

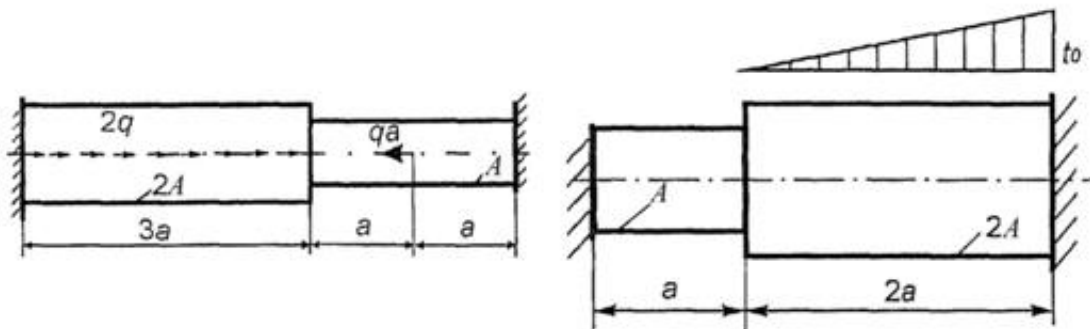
$$\delta_{12} = -\frac{q}{4EA} \left(x_*^2 + 2lx_* - \frac{116}{21}l^2 \right) = 0, \quad x_* = 1,55l.$$

Deformasiýa bu nokady kesip geçende alamatyny goşmakdan aýyrmaga üýtgedýär we bu kesikde maksimum baha eýe bolýar:

$$\delta_{ext} = \delta_{max} = \delta_{12}(x_*) = 2,61 \frac{ql^2}{EA}. \blacksquare$$

Meseleler

4.1 – 4.2. Laýyklykda suratlarda görkezilen sterženler üçin N , σ , ε , δ epýurlaryny gurmaly.

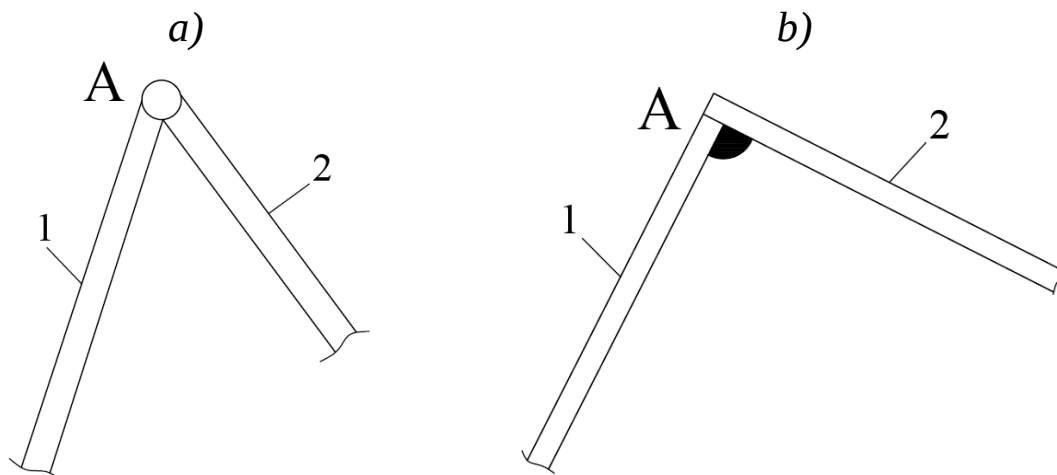


5-nji amaly sapak

STATIKI KESGITLENÝÄN STERŽENLI ULGAMLARYŇ HASABY

Önümçilikde gabat gelyän sterženli birikmeler düzgün boýunça hasaplama çyzgydyna geçirilende iki görnüşli düwünlere bölünýändigini belläp geçmeli, ýagny:

- şarnirli, 5.1-nji a surat;
- absolýut gaty, 5.1-nji b surat.



5.1-nji surat

Birinji görnüşde bir sterženiň başga steržene görä erkin öwrülmesi mümkin, ikinjide bolsa birikdirilýän kesikler şol bir çyzykly we burçly orun üýtgemä eýedir.

Aşakdaky ýagdaýlary ýerine ýetirende sterženli ulgama *ferma* (*şarnirli ferma*) diýilýär. Ýagny

- onuň elementleri göni sterženler bolanda we olar diňe süýnme-gysylma işleýän bolsa (bir okly süýnme-gysylma ýagdaýynda bolmaly);
- onuň düwünleri we diregleri – şarnirli birikdirilen bolmaly;
- ol geometriki üýtgemeyän bolmaly.

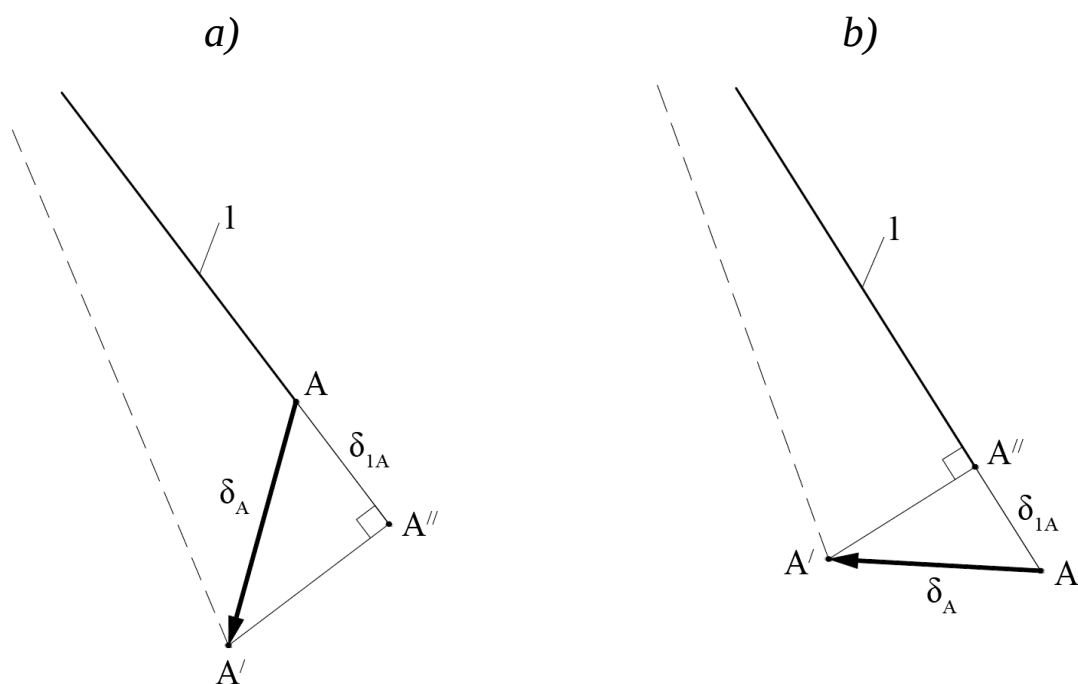
Käte fermanyň käbir elementleri deformirlenmeýän hasap edilýär. Bu ýagdaýda ferma *ferma ulgamy* diýip atlandyrylýar.

Ferma we *ferma ulgamlaryň* hasaplama *algoritmi* iki esasy tapgyrdan ybaratdyr:

- Kesme usulyny we düwünleriň deňagramlylyk (güýçleriň deňtäsi redijisi nola deň – giňişlik we tekiz ýagdaý üçin laýyklykda iki we üç deňleme) hem-de deformirlenmeýän elementleriň

(giňişlik we tekiz ýagdaý üçin laýyklykda alty we üç deňleme) deňlemesini ulanmak arkaly sterženleriň ahyrky kesiklerindäki güýç kesgitlenýär.

- Her sterženiň hasaplamasyny 3-nji amaly sapagynda getirilen algoritm boýunça geçirýäris. Eger-de berlen steržen üçin düwünden daşary ýüklenme ýa-da onuň kesigi üýtgeýän bolsa, onda adaty ýagdaýda onuň üçin gerek epýurlary gurýarys.
- Düwünleriň orun üýtgemesini kesgitlemek üçin (meseläniň şerti boýunça talap edilse), düzgün boýunça *geometriki usulyny* peýdalanýarys, ol çaklanylýan ulgamyň deformirlenen ýagdaýynyň şekilinden we geometriki meseläniň çözülişinden ybaratdyr. Şunlukda sterženleriň uzalmasyny (gysylmasyny) takmynan hasaplaýarys. Onuň üçin ýüklenme goýlandan soň düwünleriň soňraky ýagdaýlaryndan deformirlenmedik oka göýberilen perpendikulýaryň kesişmesinden hasaplaýarys. Bu çemeleşme 5.2-nji suratda görkezilen. Bu ýerde punktir çyzyk bilen 1 sterženiň okunyň deformirlenen ýagdaýyndaky orny bellegen, A , A' we A'' – laýyklykda düwüniň deformirlenen ornunyň berlen, hakyky we hyýaly nokatlary, δ_{1A} – 1 sterženiň A kesiginiň orun üýtgemesiniň takmynan bahasy, δ_A – düwüniň orun üýtgemesiniň wektory. Çyzgyda δ_{1A} orun üýtgame görkezilende onuň ugry göz önünde tutulýar (uzalma – 5.2-nji *a* surat ýa-da gysylma – 5.2-nji *b* surat) we položitel ululyk hökmünde seredilýär.



5.2-nji surat

Ferma ulgamynyň belli sterženiniň orun üýtgemesi kesgitlenende (3.5) formulany ulanmak bolýar. Emma, düzgün boýunça, $A-B$ steržen hemişelik häsiýetlere eýedir we $N=\text{const}$. Onda (3.5) gelip çykýan uzalma üçin formulany ulanmak amatlydyr, ýagny:

$$\Delta l_{AB} = \delta_B - \delta_A = \int_0^l \frac{N}{EA} dx = \frac{Nl}{EA}. \quad (5.1)$$

Eger, belli ugur boýunça we daşky güýjüň goýlan nokadynyň orun üýtgemesi tapylýan bolsa, kä halatlarda energiýanyň saklanmak kanunyny ulanmak amatlydyr. Bu ýagdaýda orun üýtgemäniň δ ugry boýunça F güýjüň işi aşakdaky ýaly hasaplanylýar:

$$A = \frac{1}{2} F \delta. \quad (5.2)$$

Eger ferma ulgamy n sterženi jemleýän bolsa, onda onuň potensial energiýasy üçin aşakdaky deňlik dogrudyr

$$U = \sum_{i=1}^n U_i \quad (5.3)$$

bu ýerde U_i – i -nji sterženiň potensial energiýasy, aşakdaky aňlatma boýunça kesgitlenýär:

$$U = \int_0^l \frac{N^2}{2EA} dx \quad (5.4)$$

ýa-da onuň hususy halyndan, bu ýagdaýda materialyň häsiýetleri uzaboýuna hemişedir we $N=\text{const}$:

$$U = \frac{N^2 l}{2EA}. \quad (5.5)$$

5.1-nji mysal. 5.3-nji suratda görkezilen ulgamyň sterženlerindäki güýçleri kesgitlemeli. Sterženiň kese-kesgikleriniň meýdanlary A deň diýip berklik şertinden taslama hasabyny geçirmeli. Her steržen iki deňgapdally burçluklardan taýýarlanan diýip hasap edip, TDS 8509-72 (G.1-nji tablisadan) profiliň belgisini saýlamaly. A düwüniň wertikal orun üýtgemesini hasaplamaly. Hasaplamalarda kabul etmeli: $l = 1 \text{ m}$; $F = 200 \text{ kN}$; $\sigma_{adm}^t = 160 \text{ MPa}$; $\sigma_{adm}^c = 0,8\sigma_{adm}^t$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.

Çözülişi. Sterženleriň belgilenilişi we düwünleriň belligi 5.3-nji suratda görkezilen.

1. Gaýtargyny we sterženlerdäki güýçleri kesgitlemek. Birinji we dördünji sterženleriň uzynlyklaryny hasaplaýarys:

$$l_1 = \sqrt{(2l)^2 + (2l)^2} = 2,83l, \quad l_4 = 2l \cos 30^\circ = 1,73l.$$

Diregleri gaýtargylar bilen çalyşýarys R_{Cy} , R_{Cx} we R_D hem-de olary ulgamyň deňagramlylyk deňlemesinden kesgitleýäris:

$$\sum M_C = 0: R_D l - F \cdot (1,73l + 2l \cos 60^\circ) = 0;$$

$$\sum y = 0: R_{Cy} - F = 0; \quad \sum x = 0: -R_{Cx} + R_D = 0.$$

bu ýerden

$$R_D = R_{Cx} = 2,73F; \quad R_{Cy} = F.$$

Sterženlerdäki güýçleri hasaplamak üçin kesme usulyny ulanýarys (düzünleri kesip alma). Bu ýagdaýda her steržendäki güýç ululygy boýunça hemişelikdigini göz önünde tutmaly.

Kesip alma prosesini iki sterženi birikdirýän düwünden başlamak amatlydyr, sebäbi deňagramlylyk deňlemesinden bu sterženlerdäki güýçler dessine kesgitleňýär. Meselem, A düwünü kesip alalyň (5.3-nji surat). Bu düwün üçin deňagramlylyk deňlemesini Ax_1y_1 lokal koordinatalar ulgamy boýunça düzýäris we Ax_1 oky ikinji sterženiň ugruna ugrukdyrýarys:

$$\sum y_1 = 0: N_1 \sin 45^\circ - F \sin 30^\circ = 0;$$

$$\sum x_1 = 0: N_1 \cos 45^\circ + N_2 + F \cos 30^\circ = 0.$$

bu ýerden tapýarys:

$$N_1 = 0,707F; \quad N_2 = -1,37F.$$

D düwünde meňzeş ýagdaýda hereket edýäris:

$$\sum x = 0: R_D + N_4 = 0; \quad \sum y = 0: N_5 = 0.$$

Şunlukda,

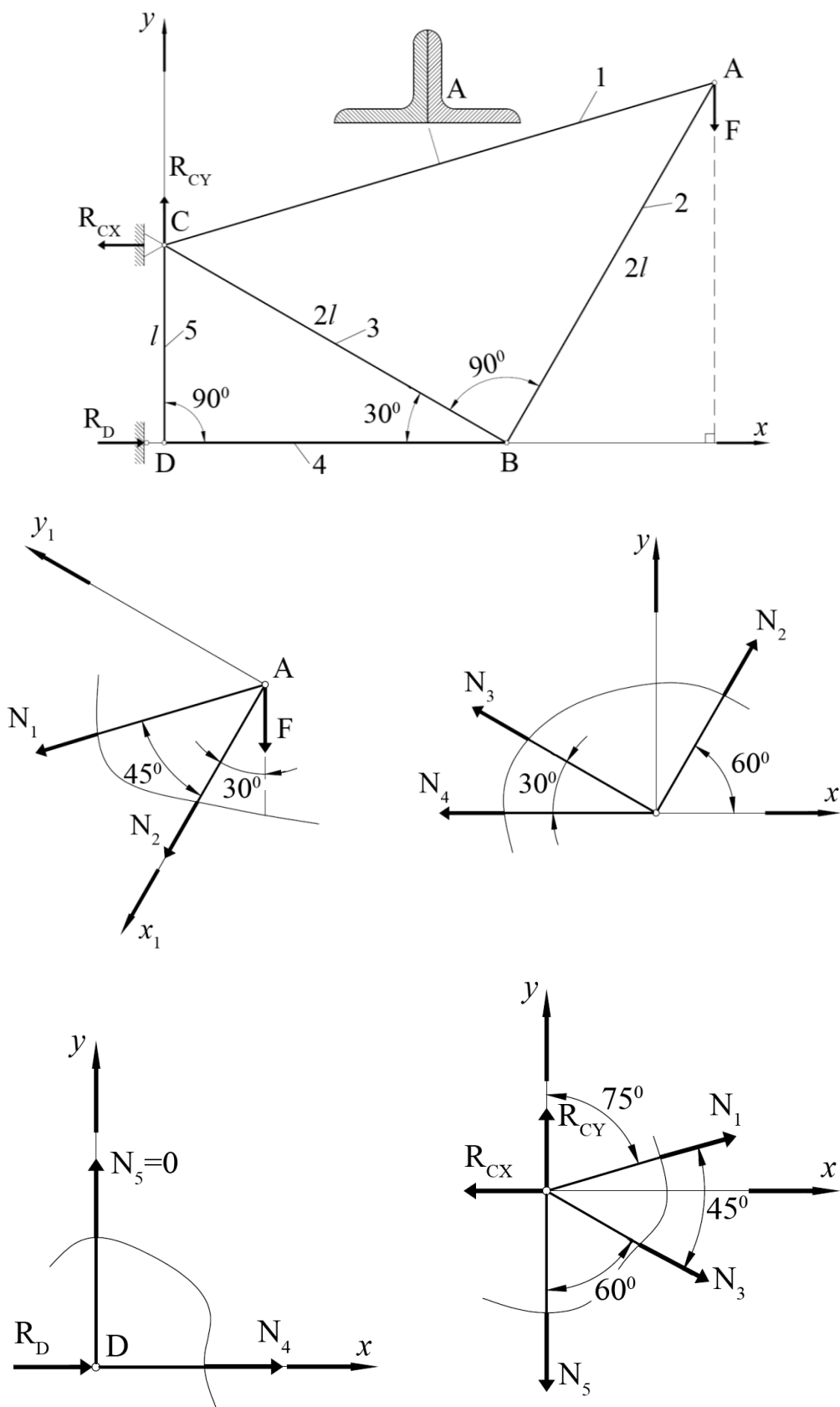
$$N_4 = -2,73F, \quad N_5 = 0.$$

B düwün üçin bir sany deňagramlylyk deňlemesini ulanmak ýeterlidir:

$$\sum y = 0: N_3 \sin 30^\circ + N_2 \sin 60^\circ = 0, \quad N_3 = 2,37F.$$

Onuň üçin ikinji deňagramlylyk deňlemesi

$$\sum x = 0: -N_4 - N_3 \cos 30^\circ + N_2 \cos 60^\circ = 0,$$



5.3-nji surat

C düwün üçin deňagramlylyk deňlemelerini

$$\sum x = 0: -R_{Cx} + N_3 \sin 60^\circ + N_1 \sin 75^\circ = 0;$$

$$\sum y = 0: -R_{Cy} + N_1 \cos 75^\circ - N_3 \cos 60^\circ = 0.$$

çözüwiň dogrulygyny barlamak üçin ulanmak bolýar. Hakykatdanam, tapylan güýçleri deňlemä goýsak toždestwa getirýär.

2. Berklik şertinden taslama hasaby. Sterženleriň kese-kesiginiň meýdanlarynyň meňzeş bolany üçin, iň uly süýndüriji we gysyjy dartgynlylyklar güýç arkaly kesgitlenýär:

$$\sigma_{max}^t = \sigma_3 = \frac{N_3}{A} = 2,37 \frac{F}{A}, \sigma_{max}^c = |\sigma_4| = \frac{|N_4|}{A} = 2,73 \frac{F}{A}.$$

Süýnmä we gysylma ($\sigma_{adm}^c = 0,8\sigma_{adm}^t = 128$ MPa) materialyň deň işlemeýänligi üçin iki sany berklik şertini ulanýarys:

$$\sigma_{max}^t = 2,37 \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}^t, \quad \sigma_{max}^c = 2,73 \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}^c.$$

Bu ýerden deňsizlik ulgamyna gelýäris:

$$A \geq \frac{2,37F}{\sigma_{adm}^t} = \frac{2,37 \cdot 200 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 2,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2,$$

$$A \geq \frac{2,73F}{\sigma_{adm}^c} = \frac{2,73 \cdot 200 \cdot 10^3}{128 \cdot 10^6} = 4,27 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

Şunlukda $A \geq 42,7 \text{ sm}^2$. $A = 2A_\angle$ ($A_\angle$ – bir burçlugyň meýdany) göz önünde tutup bir burçlugyň talap edilýän meýdanyny tapýarys: $A_\angle \geq A/2 = 21,3 \text{ sm}^2$. TDS 8509-72 (G.1-nji tablisadan) boýunça gerek burçluk № 125×125×9, $A_\angle = 22 \text{ sm}^2$ kesgitleýäris.

Şeýlelikde $A = 2A_\angle = 44 \text{ sm}^2$.

3. Güýjüň goýlan nokadynyň wertikal orun üýtgemesini δ_A kesgitlemek (5.3-nji surata seret). Bu ýerde şu maksat üçin energiýanyň saklanmak kanunyny, (5.2)–(5.5) formulalary göz önünde tutup ulanýarys:

$$A = \frac{1}{2} F \delta_A = U = \sum_{i=1}^5 \frac{N_i^2 l_i}{2EA} =$$

$$= \frac{1}{2EA} [(0,707F)^2 2,83l + (-1,37F)^2 2l +$$

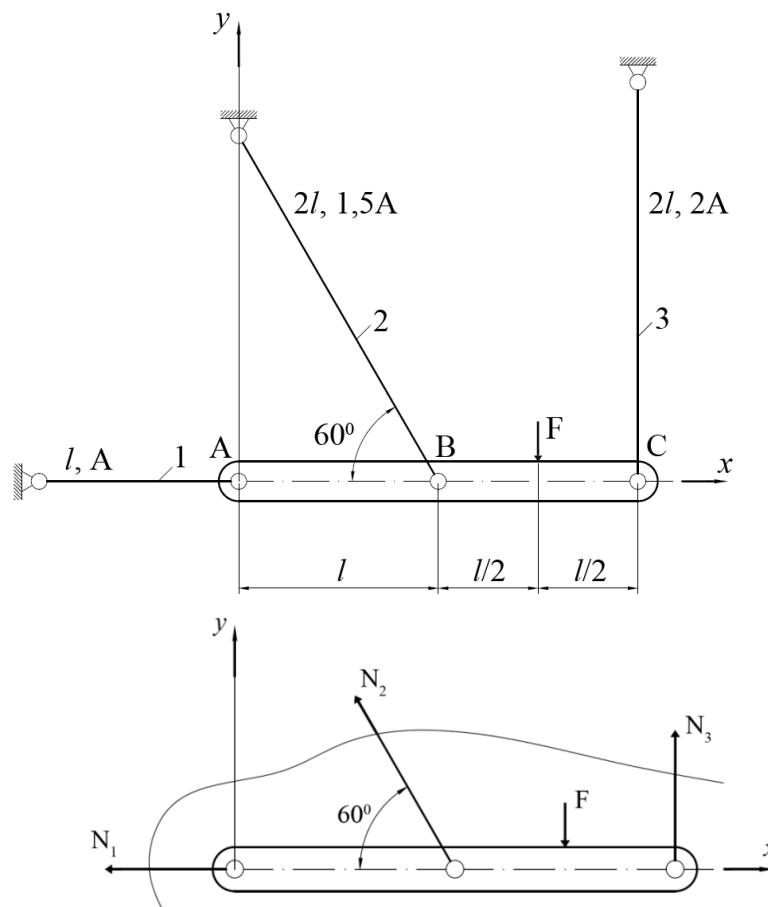
$$+ (2,37F)^2 2l + (-2,73F)^2 1,73l] = 1,46 \frac{F^2 l}{EA}.$$

Bu ýerden tapýarys

$$\delta_A = \frac{2U}{F} = 29,2 \frac{Fl}{EA} = \frac{29,2 \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 44 \cdot 10^{-4}} = 6,64 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 6,64 \text{ mm.} \blacksquare$$

5.2-nji mysal. Absolýut gaty jisim (AGJ) sterženler arkaly birikdirilen (5.4-nji surat). Berklik şertinden rugsat edilýän ýüki kesgitlemeli. Hasaplamalarda kabul etmeli: $\sigma_u = 240 \text{ MPa}$; $n_{adm} = 1,5$; $A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$; sterženleriň materiallary süýnmä we gysylma deň işleýär.

Çözülişi. Sterženleriň belgilenilişi 5.4-nji suratda görkezilen.



5.4-nji surat

1. Sterženlerdäki güýçleri kesgitleýäris. Kesme usulyndan peýdalanyň sterženleri kesýäris we AGJ bölüp aýyryýarys hem-de onuň deňagramlylygyna seredýäris:

$$\sum M_B = 0: -F \cdot l/2 + N_3 \cdot l = 0;$$

$$\sum y = 0: N_2 \sin 60^\circ - F + N_3 = 0;$$

$$\sum x = 0: -N_1 - N_2 \cos 60^\circ = 0.$$

bu ýerden alýarys:

$$N_3 = F/2, N_2 = 0,577F, N_1 = -0,288F.$$

2. Berklige hasaplama. Sterženlerdäki dartgynlylygy hasaplaýarys:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = -0,288 \frac{F}{A}, \sigma_2 = \frac{N_2}{1,5A} = 0,384 \frac{F}{A}, \sigma_3 = \frac{N_3}{2A} = 0,250 \frac{F}{A}.$$

Rugsat edilýän dartgynlylygy kesgitleýäris

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_u}{n_{adm}} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ MPa}$$

we berklik şertinden

$$\sigma_{max} = \sigma_2 = 0,384 \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}$$

rugsat edilýän ýüki kesgitleýäris:

$$F \leq \frac{\sigma_{adm} A}{0,384} = \frac{1600 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{0,384} = 8,33 \cdot 10^4 \text{ kN}$$

Kiçi tarapa tegelekläp netijede $F_{adm} = 83 \text{ kN}$ kabul edýäris. ■

5.3-nji mysal. Deňölçegli ýaýran güýç q bilen ýüklenen AC absolýut gaty jisim A nokatda şarnirli we B nokatda steržen arkaly berkidilen (5.5-nji surat). C nokadyň orun üýtgemesi δ_{adm} geçmezlik şertinden sterženiň kese-kesiginiň meýdanyny kesgitlemeli. Hasaplamalarda kabul etmeli: $q = 10 \text{ kN/m}$; $l = 1 \text{ m}$; $\delta_{adm} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$; sterženiň materialy – polat ($\sigma_{adm} = 160 \text{ MPa}$, $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$).

Çözülişi. 1. Steržendäki güýji kesgitlemek. AGJ birikmelerden boşadýarys, ýagny diregi hyýaly pikirde aýyrýarys we sterženi kesýäris (5.5-nji surat). Mesele statiki kesgitlenýän, sebäbi AGJ üçin üç sany deňagramlylyk deňlemesini düzüp bolýar, olardan bolsa R_1 , R_2 we N kesgitleýäris.

N güýji kesgitlemek talap edilýänligi üçin diňe momentler deňlemesi bilen çäklenýäris:

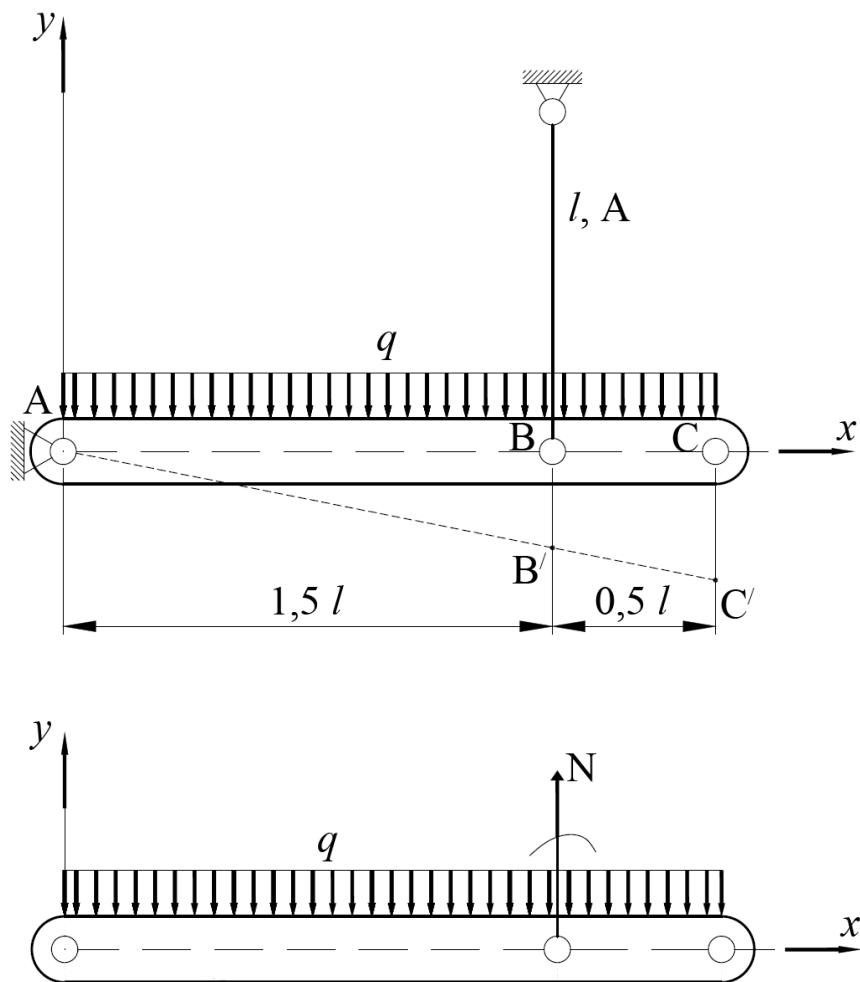
$$\sum M_A = 0: -q \cdot 2l \cdot l + N \cdot 1,5l = 0, N = \frac{4ql}{3}.$$

2–3. Gatylyga hasaplama. Ulgamyň deformirlenen şekili 5.5-nji suratda görkezilen. Jisim A nokadyň daşyndan öwrülýär. Bu ýagdaýda B we C nokatlar B' we C' ýagdaýa ornuny üýtgedýärler. Laýyklykda

dugalary AC perpendikulýar BB' we CC' kesikler bilen çalyşýarys. ABB' we ACC' üçburçluklaryň meňzeşliginden alýarys:

$$\frac{\delta_B}{1,5l} = \frac{\delta_C}{2l}$$

bu ýerde $\delta_B = |BB'|$ we $\delta_C = |CC'|$ – laýyklykda B we C nokatlaryň orun üýtgemesi.



5.5-nji surat

Sterženiň uzalmasyny (3.1) formuladan hasaplaýarys

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} = \frac{4ql^2}{3EA}$$

we $\delta_B = \Delta l$ deňligini göz önünde tutup, ýokarda görkezilen proporsiýadan alýarys:

$$\delta_C = \frac{4}{3}\delta_B = \frac{16ql^2}{9EA}$$

Sterženiň kese-kesiginiň meýdanyny berklik we gatylyk şertlerinden tapýarys:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{4}{3} \frac{ql}{A} \leq \sigma_{adm}, \quad \delta_c = \frac{16}{9} \frac{ql^2}{EA} \leq \delta_{adm}.$$

bu ýerden

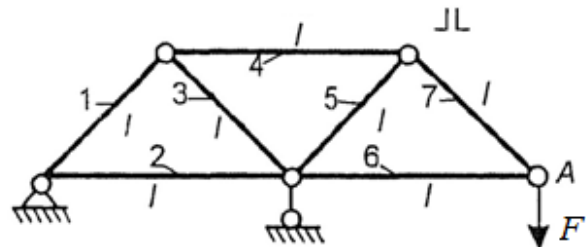
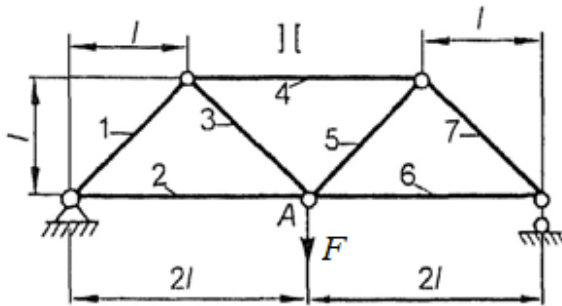
$$A \geq \frac{4}{3} \frac{ql}{\sigma_{adm}} = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 1}{3 \cdot 160 \cdot 10^6} = 0,833 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$A \geq \frac{16}{9} \frac{ql^2}{\delta_{adm}} = \frac{16 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 1^2}{9 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} = 1,78 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Netijede $A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ kabul edýäris. ■

Meseleler

5.1–5.2. Laýyklykda görkezilen suratlardaky fermalar üçin sterženlerdäki güýji kesgitlemeli, TDS boýunça profil belgisini saýlamaly (hemme sterženleriň kese-kesigi meňzeşdir, kesigiň görnüşü suratda shematiki görnüşinde görkezilen) we güýjüň goýlan düwüniň, güýjüň ugruna orun üýtgemesini hasaplamaly. Hasaplamalarda kabul etmeli: $l = 1 \text{ m}$; $F = 200 \text{ kN}$; $\sigma_{adm}^t = 160 \text{ MPa}$; $\sigma_{adm}^c = 0,8\sigma_{adm}^t$; $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$.



6-njy amaly sapak

STATIKI KESGITLENMEÝÄN STERŽENLI ULGAMLARYŇ HASABY

Ferma ýa-da utgaşdyrylan ferma ulgamy statiki kesgitlenmeýän (SKM) bolýar, haçan-da $n < r$. Bu ýerde n – deňagramlylyk deňlemeleriň umumy sany; r – düwünlerdäki bar bolan sterženlerde döreýän güýçleriň sany. Bu ýagdaýda $(r - n)$ san – statiki kesgitlenmezlik derejesidir.

SKM çözüwiniň algoritmi 5-nji amaly sapakda görkezilenden tapawutlanýar. *Deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi* bir düwünde ýygnaýan sterženleriň uçlarynyň orun üýtgemesiniň utgaşma şertinden tapylýar. Olar garaşsyz bolmaly we olaryň sany ulgamyň statiki kesgitlenmezlik derejesi bilen gabat geläýmeli.

Yşly we montaž dartgynlylyklary hasaba alynýan meseleler üçin 3-nji amaly sapagynda peýdalanylan ýollar ulanylýar.

Ferma we ferma ulgamlary üçin SKM meselelerinde temperatura meýdanyny hasaba almaklyk möhümdir. Bu ýagdaýda sterženiň doly uzalmasy *maýyşgak* Δl^m we temperatura Δl^t düzüjileriniň jeminden ybaratdyr:

$$\Delta l = \Delta l^m + \Delta l^t, \Delta l^m = \int_0^l \frac{N}{EA} dx, \quad \Delta l^t = \int_0^l \alpha \Delta t dx. \quad (6.1)$$

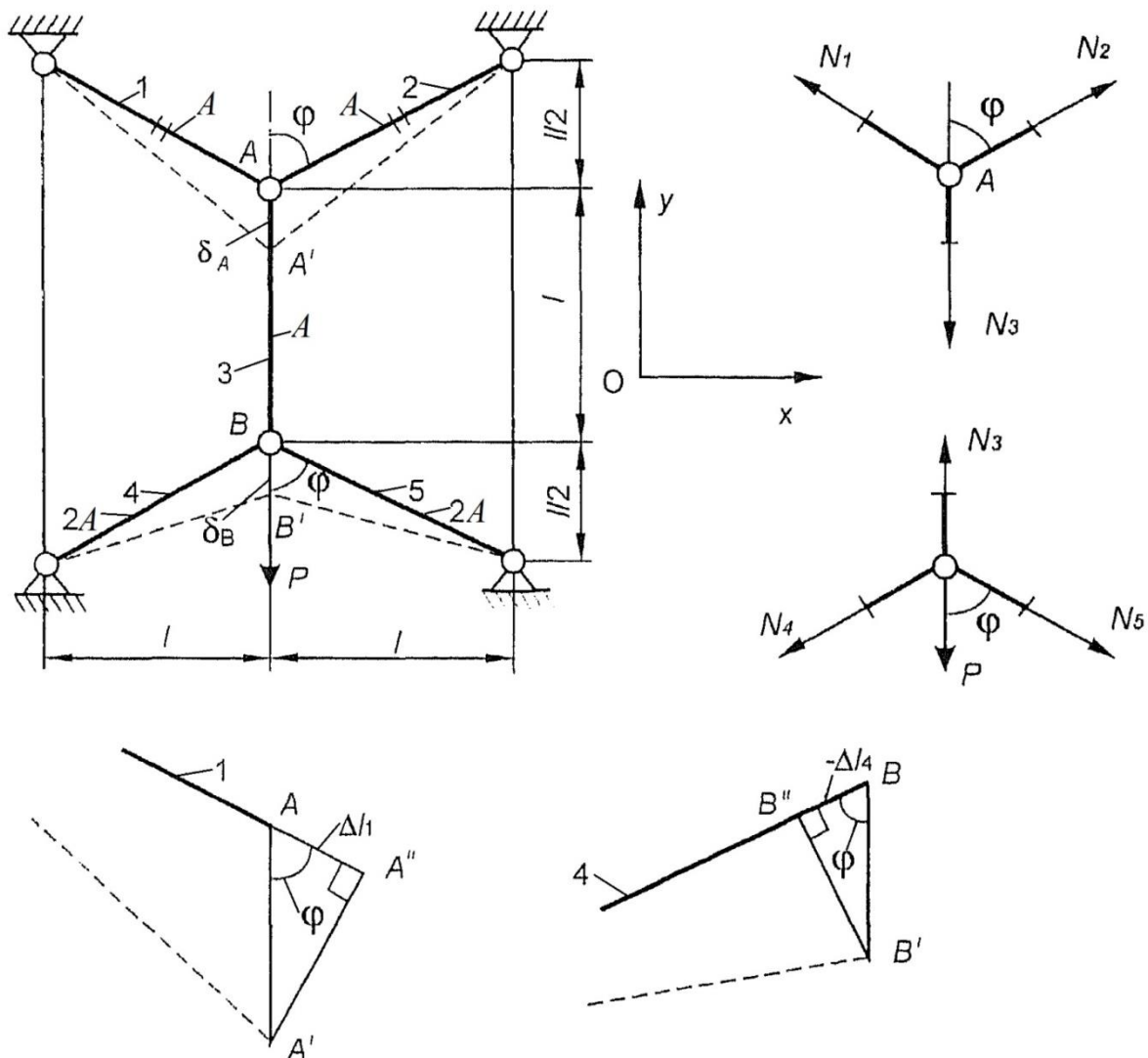
Uzaboýuna materialyň hemişelik häsiýetlerinde ginde we $N = \text{const}$, $\Delta t = \text{const}$ ýagdaýynda, soňky iki deňleme indiki görnüşe geçýär:

$$\Delta l^m = \frac{Nl}{EA}, \Delta l^t = \alpha \Delta t l. \quad (6.2)$$

SKM meseleleriniň çözüwiniň dogrulygy barlanylanda köplenç energiýanyň saklanmak kanunyndan peýdalanylýar.

6.1-nji mysal. 6.1-nji suratda görkezilen sterženli ulgam üçin (iki sany çyzyk bilen belgilenilen sterženler Δt temperatura gyzdyrylan) berklik şertinden taslama we barlag hasaby geçirmeli, we güýjüň goýlan nokadynyň orun üýtgemesini hasaplamaly. Tapylan A meýdany uly tarapa $0,5 \text{ sm}^2$ takyklygy boýunça tegelemeli. Hasaplamalarda kabul etmeli: $F = 40 \text{ kN}$; $\Delta t = 20^\circ \text{ C}$; $l = 0,5 \text{ m}$; hemme sterženler bir materialdan ýasalan; $\sigma_u = 240 \text{ MPa}$; $E = 0,7 \cdot 10^5$

MPa; $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ } ^\circ\text{C}$; $n_{adm} = 1,5$; gysylma dartgynlylyk çägi süýnme dartgynlylygyndan 30 % bolmaly.



6.1-nji surat

Çözülişi. Sterženleriň belgilenilişi we düwünleriň belligi 6.1-nji suratda görkezilen.

A. Taslama hasaby. Taslama hasabynda diňe güýç ýüklenmesi göz önünde tutulýar.

1. Sterženlerdäki güýji kesgitlemek. Ilki bilen sterženleriň uzynlyklaryny l_i we φ burçy hasaplalyň (6.1-nji surat):

$$l_1 = l_2 = l_4 = l_5 = \sqrt{l^2 + (l/2)^2} = 1,12l,$$

$$\sin\varphi = 0,894, \cos\varphi = 0,447.$$

A we B düwünleri kesip alýarys we sterženlerdäki güýjüň çyzgysyny görkezýäris (6.1-nji surat). Simmetriýa bolany üçin

aşakdaky deňlik ýer alýar (Ox oka görä düzülen deňagramlylyk deňlemeden hem kesgitlep bolýar):

$$N_1 = N_2, \quad N_4 = N_5.$$

Şonuň üçin bu düwünleriň Oy oka görä deňagramlylyk deňlemesini düzmek ýeterlikli bolýar. Olar aşakdaky görnüşde ýazylyar:

$$\begin{aligned} 2N_1 \cos \varphi - N_3 &= 0, & 0,894N_1 - N_3 &= 0, \\ N_3 - 2N_4 \cos \varphi - F &= 0, & N_3 - 0,894N_4 - F &= 0. \end{aligned}$$

Ulgam bir gezek statiki kesgitlenmeýän, sebäbi baş sany näbelli güýji kesgitlemek üçin dört sany deňagramlylyk deňlemesini düzmek bolýar.

Deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesini düzmek üçin çak edilýän deformasiýanyň çyzgysyny şekillendirýäris. Ol 6.1-nji suratda görkezilen. Bu ýerde punktir çyzyklar bilen sterženleriň deformirlenen ýagdaýy görkezilen, A' we B' – A we B düwünleriň deformasiýadan soňky ýagdaýy, $A'A''$ we $B'B''$ kesimler 1 we 4 sterženleriň okuna perpendikulýardyr (6.1-nji surata seret). $|AA'| = \delta_A$ we $|BB'| = \delta_B - F$ güýjüň täsiriniň ugruna düwünleriň orun üýtgemesi, hem-de $|AA''| = \Delta l_1$ we $(-|BB''|) = \Delta l_4$ – bu sterženleriň uzalmasy we gysgalmasy. Bu ýagdaýda 3 sterženiň uzalmasy B we A nokatlaryň orun üýtgemesiniň tapawudyna deňdir:

$$\Delta l_3 = \delta_B - \delta_A.$$

δ_A we δ_B orun üýtgemeleriň 1 we 4 sterženleriň “uzalmasy” bilen baglanyşygy $AA'A''$ we $BB'B''$ göniburçly üçburçluklara seredenimizde gelip çykýar:

$$\delta_A = \Delta l_1 / \cos \varphi = 2,24 \Delta l_1, \quad \delta_B = -\Delta l_4 / \cos \varphi = -2,24 \Delta l_4$$

Şunlukda, deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi aşakdaky görnüşe eýe bolýar:

$$\Delta l_3 = -2,24(\Delta l_4 + \Delta l_1).$$

(6.1) formulanyň kömegi bilen uzalmalary sterženlerde döreýän güýçleriň üsti bilen aňladyp

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA}, \quad \Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{EA}, \quad \Delta l_4 = \frac{N_4 l_4}{2EA},$$

indiki görnüşe getirýäris:

$$N_3 = -1,25N_4 - 2,50N_1.$$

Bu deňlemäni deňagramlylyk deňlemeleri bilen birleşdirip, sterženlerde döreyän güýçlere görä çyzykly algebraik deňlemeler ulgamyny alýarys:

$$\begin{aligned}0,894N_1 - N_3 &= 0, \\ N_3 - 0,894N_4 - F &= 0, \\ 2,50 N_1 + N_3 + 1,25N_4 &= 0,\end{aligned}$$

we onuň aşakdaky çözüwi bolýar:

$$N_1 = N_2 = 0,301F, \quad N_3 = 0,269F, \quad N_4 = N_5 = -0,817F.$$

2. Berklige hasaplama. (2.1) deňlik arkaly güýç ýüklenmäniň täsirinden sterženlerdäki σ_i^F dartgynlylygy hasaplaýarys:

$$\begin{aligned}\sigma_1^F = \sigma_2^F = \frac{N_1}{A} &= 0,301 \frac{F}{A}, & \sigma_3^F = \frac{N_3}{A} &= 0,269 \frac{F}{A}, \\ \sigma_4^F = \sigma_5^F = \frac{N_4}{2A} &= -0,408 \frac{F}{A}.\end{aligned}$$

Meseläniň şertine görä rugsat edilýän dartgynlylyk aşakdaka deň bolar:

$$\begin{aligned}\sigma_{adm}^t = \frac{\sigma_u^t}{n_{adm}} &= \frac{240}{1,5} = 160 \text{ MPa}, & \sigma_u^c &= 0,7\sigma_u^t = 168 \text{ MPa}, \\ \sigma_{adm}^c &= \frac{\sigma_u^c}{n_{adm}} = 112 \text{ MPa}.\end{aligned}$$

Materialyň süýnmä we gysylma deň işlemeýänligi üçin iki sany berklik şertini ulanýarys:

$$\sigma_{max}^t = \sigma_1^F = 0,301 \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}^t, \quad \sigma_{max}^c = |\sigma_4^F| = 0,408 \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm}^c.$$

Bu ýerden deňsizlik ulgamyna gelýäris:

$$\begin{aligned}A &\geq \frac{0,301F}{\sigma_{adm}^t} = \frac{0,301 \cdot 40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,752 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2, \\ A &\geq \frac{0,408F}{\sigma_{adm}^c} = \frac{0,408 \cdot 40 \cdot 10^3}{112 \cdot 10^6} = 1,46 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.\end{aligned}$$

Şunlukda, $A \geq 1,46 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 1,46 \text{ sm}^2$. Meseläniň şertine görä tegelekläp alýarys:

$$A = 1,5 \text{ sm}^2.$$

3. Güýjüň goýlan nokadynyň orun üýtgemesini kesgitlemek.

$$\delta_B^F = -2,24\Delta l_4 = -2,24 \frac{N_4 l_4}{EA_4} = 1,02 \frac{Fl}{EA} =$$

$$= 1,02 \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,5}{0,7 \cdot 10^{11} \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}} = 1,95 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,95 \text{ mm}.$$

Meseläniň çözüwini barlalyň. Onuň üçin F güýjüň A işini we ulgamyň maýyşgak deformasiýasynyň potensial energiýasyny U deňeşdirýäris:

$$A = \frac{1}{2} F \delta_B^F = 0,511 \frac{F^2 l}{EA}, \quad U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^5 \frac{N_i^2 l_i}{EA_i} = 0,511 \frac{F^2 l}{EA}.$$

Energiýanyň saklanmak kanunynyň $A=U$ ýerine ýetirilýänligi üçin mesele dogry çözülen.

B. Barlag hasaby. Barlag hasaby geçirilende güýjüň we temperaturanyň steržene bilelikdäki täsiri hasaba alynýar.

Ilki bilen diňe temperatura meselesini çözüýäris, ýagny güýç ýüklenmesi ýok we 1 hem-de 2 sterženler bolsa Δt çenli gyzdyrylan diýip hasaplaýarys. Bu ýagdaýda-da güýç meselesinde ulanylan çyzgylardan peýdalanýarys.

1. Sterženlerdäki güýçlerini kesgitlemek. Bu ýagdaýda $F=0$ hasaplap, ýokarda alnan deňagramlyk deňlemelerini ulanýarys.

Bu ýerde deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi A bölümünde ulanyşymyz ýaly, ýöne diňe 1 sterženiň uzalmasy üçin peýdalanylýan formula üýtgeýär. (6.1) we (6.2) formulalara laýyklykda alýarys

$$\Delta l_1 = \left(\frac{N_1}{EA} + \alpha \Delta t \right) l_1 = 1,12 \left(\frac{N_1}{EA} + \alpha \Delta t \right) l.$$

Bu aňlatmany we Δl_3 hem Δl_4 üçin ýokarda alan formulalarymyzy deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesine goýup we netijesini deňagramlyk deňlemeleri bilen bilelikde işläp degişli özgertmelerden soňra güýje görä çyzykly algebraik deňlemeler ulgamyny alýarys:

$$0,894N_1 - N_3 = 0,$$

$$N_3 - 0,894N_4 = 0,$$

$$2,50N_1 + N_3 + 1,25N_4 = -2,5\alpha\Delta tEA,$$

we onuň aşakdaky çözüwi bolar:

$$N_3 = -0,481\alpha\Delta tEA, \quad N_1 = N_2 = N_4 = N_5 = -0,538\alpha\Delta tEA,$$

2. Sterženleriň berkligini hasaplamak. (2.1) formula laýyklykda gyzdyrmanyň netijesinde döreýän dartgynlylygy hasaplaýarys:

$$\sigma_1^t = \sigma_2^t = \frac{N_1}{A} = -0,538\alpha\Delta tE, \quad \sigma_3^t = \frac{N_3}{A} = -0,481\alpha\Delta tE,$$

$$\sigma_4^t = \sigma_5^t = \frac{N_4}{2A} = -0,269\alpha\Delta tE.$$

Sterženlerdäki dartgynlylyklary berlen şertlerden we taslama hasabynda tapylan A meýdandan kesgitleýäris:

$$\sigma_1^F = \sigma_2^F = 80,3 \text{ MPa}, \quad \sigma_3^F = 71,7 \text{ MPa}, \quad \sigma_4^F = \sigma_5^F = -109 \text{ MPa},$$

$$\sigma_1^t = \sigma_2^t = -12,8 \text{ MPa}, \quad \sigma_3^t = -11,4 \text{ MPa}, \quad \sigma_4^t = \sigma_5^t = -6,40 \text{ MPa}.$$

Doly dartgynlylyk bolsa σ_i^F we σ_i^t dartgynlylyklaryň jemine deň:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 67,5 \text{ MPa}, \quad \sigma_3 = 60,3 \text{ MPa}, \quad \sigma_4 = \sigma_5 = -115 \text{ MPa}.$$

İň uly dartgynlylyklary we berklik ätiýajynyň koeffisientini kesgitleýäris:

$$\sigma_{max}^t = 67,5 \text{ MPa}, \quad \sigma_{max}^c = 115 \text{ MPa}.$$

$$n = \min\left(\frac{\sigma_u^t}{\sigma_{max}^t}; \frac{\sigma_u^c}{\sigma_{max}^c}\right) = \min\left(\frac{240}{67,5}; \frac{168}{115}\right) = \min(3,56; 1,46) = 1,46.$$

n berlen n_{adm} ätiýaçlyk koeffisientinden 5 %-den hem kiçi bolany üçin berklige hasaplamany tamamlarys.

3. Güýjüň goýlan nokadynyň orun üýtgemesi. Güýç meselesine meňzeşligi sebäpli temperatura meselesi üçin alarys:

$$\delta_B^t = -2,24 \frac{N_4 l_4}{EA_4} = 0,673\alpha\Delta t l = 0,673 \cdot 1,7 \cdot 10^{-5} \cdot 20 \cdot 0,5 =$$

$$= 2,29 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,229 \text{ mm}.$$

B düwüniň doly orun üýtgemesi güýç we temperatura düzüjileriň jemi arkaly kesgitlenilýär:

$$\delta_B = \delta_B^F + \delta_B^t = 1,95 + 0,229 = 2,18 \text{ mm}. \blacksquare$$

6.2-nji mysal. 6.2-nji suratda görkezilen sterženli ulgam üçin çep sterženi Δt temperatura gyzdyrylanda sterženlerdäki dartgynlylygy we C nokadyň orun üýtgemesini hasaplamaly. Hasaplamalarda kabul etmeli: $l = 0,5 \text{ m}$; $E = 0,7 \cdot 10^5 \text{ MPa}$; $\alpha = 1,7 \cdot 10^{-5} 1/^\circ\text{C}$; $\Delta t = 20^\circ \text{C}$.

Çözülişi. 1. Sterženlerde döreýän güýçleri kesgitlemek. Sterženleriň we düwünleriň belgilenilişi 6.2-nji suratda görkezilen. Ilki bilen 1 sterženiň l_1 uzynlygyny we φ burçy hasaplaýarys:

$$l_1 = l\sqrt{2} = 1,41l, \varphi = 45^\circ.$$

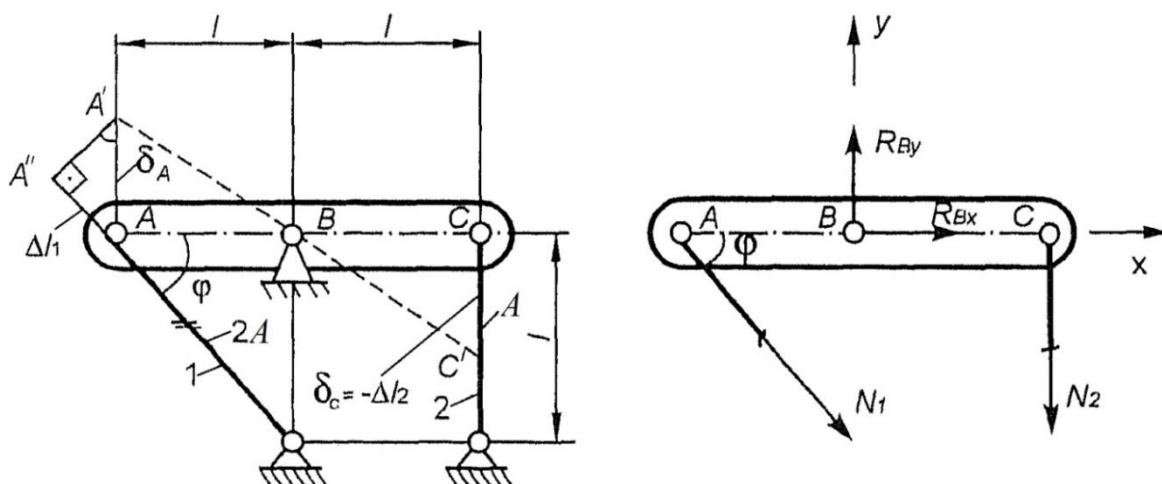
Soňra AGJ birikmeden boşadýarys we güýjüň çyzgysyny suratlandyryş (6.2-nji surat). Dört sany näbelli (iki sany güýç N_1 ,

N_2 we iki sany gaýtargy B_x we B_y) we deňagramlylyk deňlemesi üçe deň bolany üçin meseläniň statiki kesgitlenmeýänlik derejesi $4 - 3 = 1$ bolar.

Sterženlerde döreyän normal güýçleri özarabaglamak üçin B nokada görä momentleriň deňlemesini düzmek ýeterlikdir:

$$\sum M_B = 0: N_1 \sin \varphi \cdot l - N_2 l = 0.$$

Deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesini düzmek üçin ulgamyň deformirlenen ýagdaýynyň çyzgysyny 6.2-nji suratda şekillendirýäris. Bu ýerde punktir çyzyklar bilen AGJ okunyň deformirlenen ýagdaýy suratlandyrylan, A' we C' – A we C nokatlaryň deformasiýadan soňky ýagdaýlary, kesik AA'' 1 sterženiň okuna perpendikulýardyr. $|AA'| = \delta_A$ we $|CC'| = \delta_C$ – düwünleriň orun üýtgemesi, hem-de $|AA''| = \Delta l_1$ we $(-|CC''|) = \Delta l_2$ – 1 we 2 sterženleriň deňşilikde uzalmasy we gysgalmasy.



6.2-nji surat

$AA'B$ we BCC' üçburçluklaryň meňzeşligini hem-de $AA'A''$ üçburçlugyň göniburçludygyny göz önünde tutup alýarys

$$\delta_A/l = \delta_C/l, \quad \delta_C = -\Delta l_2, \quad \delta_A = \Delta l_1/\sin \varphi,$$

bu ýerden deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi gelip çykýar:

$$\Delta l_1 = -0,707\Delta l_2$$

Uzalmasy (5.1), (6.1) we (6.2) formulalar arkaly aňladyp,

$$\Delta l_1 = \left(\frac{N_1}{2EA} + \alpha \Delta t \right) l_1 = 1,41 \left(\frac{N_1}{2EA} + \alpha \Delta t \right) l, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l}{EA},$$

indiki görnüşe getirýäris:

$$0,707N_1 + 0,707N_2 = -1,41\alpha \Delta t EA.$$

Bu deňlemäni deňagramlylyk deňlemesi bilen birikdirip, sterženlerde döreýän güýçlere görä çyzykly algebraik deňlemeler ulgamyny alýarys:

$$\begin{aligned} 0,707N_1 - N_2 &= 0, \\ N_1 + N_2 &= -2\alpha\Delta tEA, \end{aligned}$$

we ol indiki çözüwe eýedir:

$$N_1 = -1,17\alpha\Delta tEA, N_2 = -0,83\alpha\Delta tEA.$$

2. Dartgynlygy kesgitlemek. (2.1) laýyklykda alýarys:

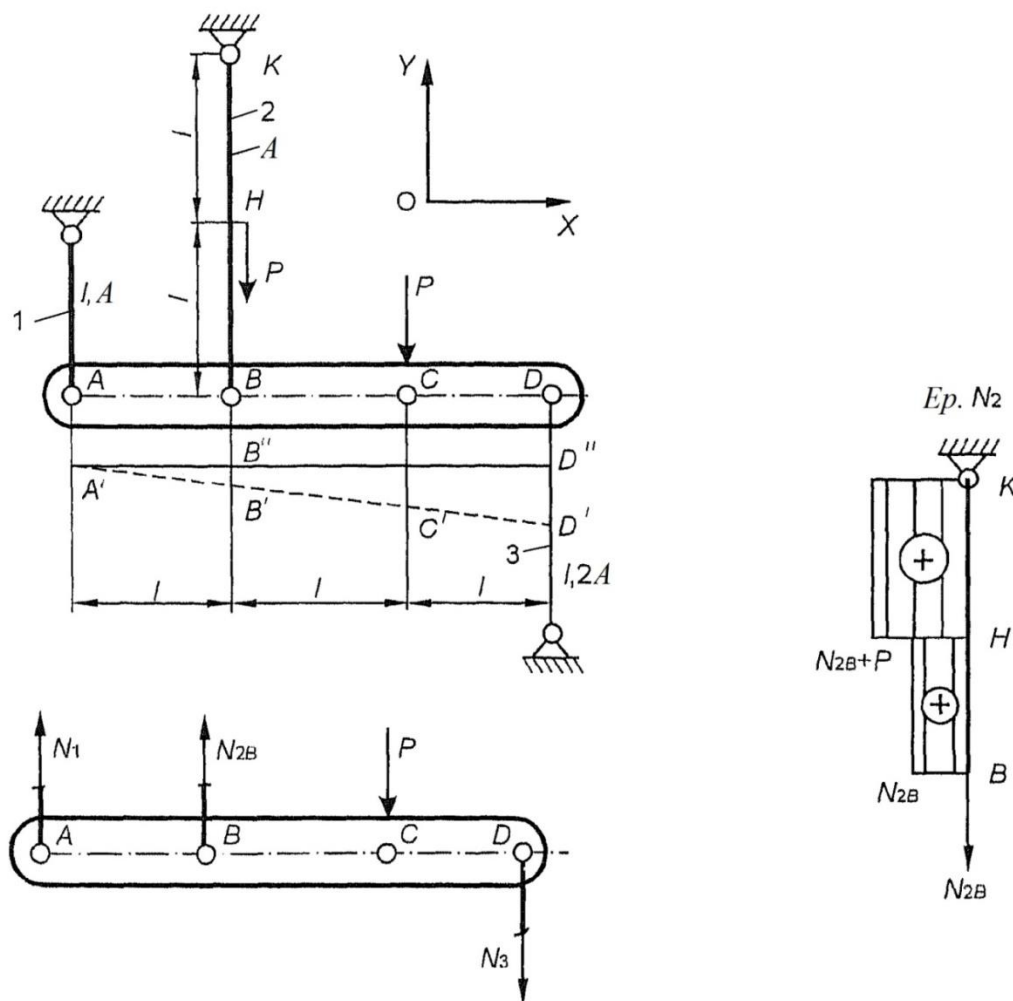
$$\sigma_1 = N_1/A_1 = -0,585\alpha\Delta tE = -13,9 \text{ MPa};$$

$$\sigma_2 = N_2/A_2 = -0,83\alpha\Delta tE = -19,7 \text{ MPa}.$$

3. C nokadyň orun üýtgemesini kesgitlemek. Ony kesgitlemek üçin 2 sterženiň uzalmasyny hasaplamak ýeterlikdir:

$$\delta_C = -\Delta l_2 = -0,830\alpha\Delta t l = 0,141 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 0,141 \text{ mm.} \blacksquare$$

6.3-nji mysal. 6.3-nji suratda görkezilen sterženli ulgam üçin sterženlerde döreýän güýçleri kesgitlemeli. Sterženiň materiallary birmeňzeş.



6.3-nji surat

Çözülüşi. Sterženleriň we düwünleriň belgilenilişi 6.3-nji suratda görkezilen. AGJ birikmeden boşadýarys we güýjüň çyzgysyny suratlandyryarys (6.3-nji surat). Bu ýagdaýda 2 sterženi B nokatda kesýäris we bu kesikdäki güýji N_{2B} bilen belgileýäris.

Deňagramlylyk deňlemelerini düzýäris:

$$\sum y = 0: N_1 + N_{2B} - F - N_3 = 0,$$

$$\sum M_B = 0: -N_1 l - Fl - N_3 \cdot 2l = 0.$$

Ulgam bir gezek statiki kesgitlenmeýän, sebäbi üç sany näbellileri kesgitlemek üçin iki sany deňagramlylyk deňlemesini düzmek bolýar.

Deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesini düzmek üçin 6.3-nji suratda deformirlenen çyzgysyny şekillendirýäris. Bu ýerde punktir çyzyklar bilen AGJ okunyň deformirlenen ýagdaýy suratlandyrylan. A', B', C' we $D' - A, B, C$ we D nokatlaryň deformasiýadan soňky ýagdaýy; $|AA'| = \delta_A$, $|BB'| = \delta_B$ we $|DD'| = \delta_D$ – düwünleriň orun üýtgemesi, $\delta_A = \Delta l_1$ we $\delta_B = \Delta l_2 - 1$ we 2 sterženleriň uzalmasy hem-de $-\delta_D = \Delta l_3 - 3$ sterženiň gysgalmasy.

ABD parallel ýagdaýda goşmaça $A'B'D''$ göni çyzygy geçireliň. Alnan üçburçluklaryň meňzeşliginden:

$$B'B''/l = D'D''/3l, \quad B'B'' = \Delta l_2 - \Delta l_1,$$

$$D'D'' = -\Delta l_3 - \Delta l_1,$$

bu ýerden deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesini alýarys:

$$3\Delta l_2 - 2\Delta l_1 + \Delta l_3 = 0.$$

1 we 3 sterženleriň uzalmasyny güýjüň üsti bilen (5.1) formula arkaly aňladýarys:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{EA}, \quad \Delta l_3 = \frac{N_3 l}{2EA}.$$

2 steržene goýlan güýç kesigiň ahyrlarynda dældigi sebäpli, onuň uzalmasyny kesgitlemek üçin 5-nji amalyda getirilen umumy algoritminden peýdalanýarys. Ilki bilen kesikler boýunça uzaboýuna güýji kesgitleýäris:

$$N_{2BH} = N_{2B}, \quad N_{2HK} = N_{2B} + F.$$

N_2 epýury 6.3-nji suratda getirilen.

Soňra, $\delta_K = 0$ we her bölekde güýçleriň hemişelikdigini göz önünde tutup, (5.1) ulanyp orun üýtgemäni hasaplaýarys:

$$\delta_H = \Delta l_{HK} = \frac{N_{2B} + F}{EA} l,$$

$$\delta_B = \Delta l_3 = \delta_H + \Delta l_{BH} = \delta_H + \frac{N_{2B}}{EA} l = \frac{2N_{2B} + F}{EA} l.$$

Uzalmany deformasiýanyň bileliklik deňlemesine goýup, ony indiki ýagdaýa getirýäris:

$$6N_{2B} + 3F - 2N_1 + 0,5N_3 = 0.$$

Bu deňlemäni deňagramlylyk deňlemesi bilen birikdirip, güýje görä çyzykly algebraik deňlemeler ulgamyny alýarys:

$$N_1 + N_{2B} - N_3 = F,$$

$$N_1 + 2N_3 = -F,$$

$$-2N_1 + 6N_{2B} + 0,5N_3 = -3F.$$

Soňky deňlemeleri çözmek üçin Gaussyň usulyny ulanýarys:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & F \\ 1 & 0 & 2 & -F \\ -2 & 6 & 0,5 & -3F \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & F \\ 0 & -1 & 3 & -2F \\ 0 & 8 & -1,5 & -F \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & F \\ 0 & -1 & 3 & -2F \\ 0 & 0 & 22,5 & -17F \end{array} \right).$$

bu ýerden

$$N_3 = -\frac{17}{22,5}F = -0,756F,$$

$$N_{2B} = (2 - 3 \cdot 0,756)F = -0,267F,$$

$$N_1 = (1 + 0,267 - 0,756)F = 0,733F.$$

Laýyklykda ikinji steržen üçin alýarys:

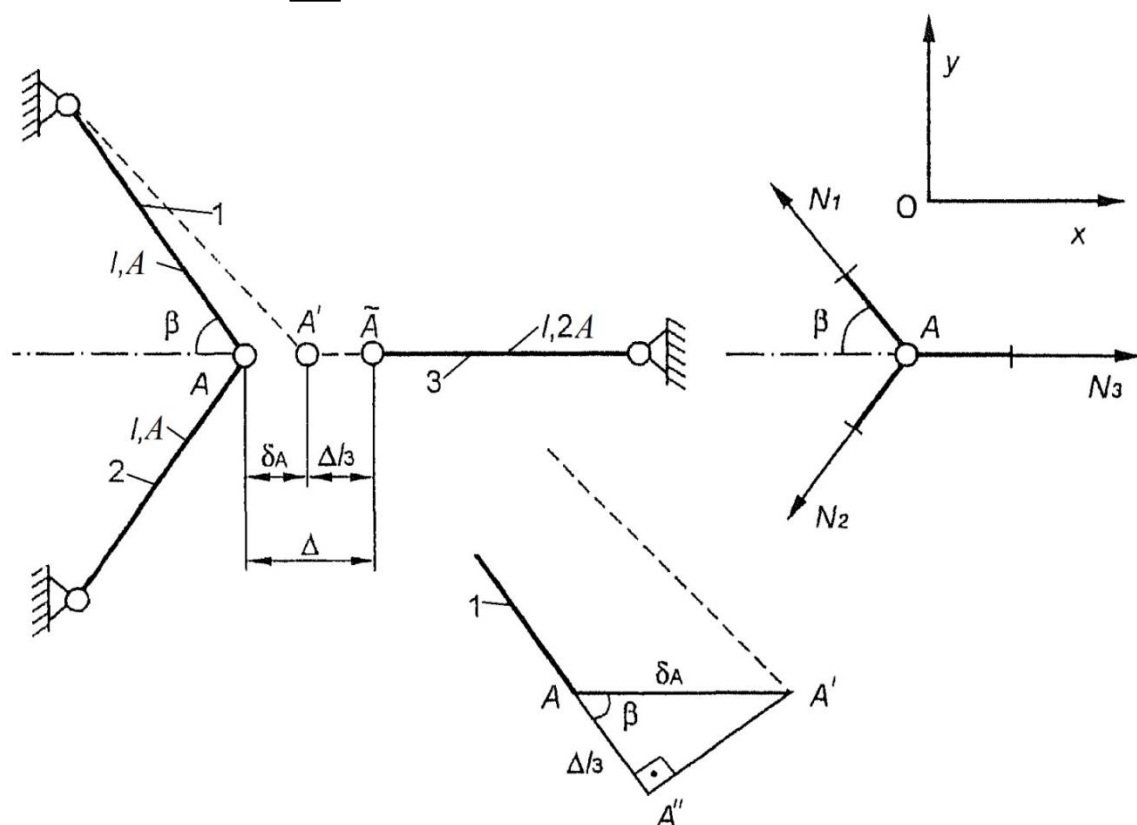
$$N_{2BH} = -0,267F, N_{2HK} = (-0,267 + 1)F = 0,733F. \blacksquare$$

6.4-nji mysal. 6.4-nji suratda görkezilen sterženli ulgam Δ yşly ýerine ýetirilen. Ulgam ýygналandan soňra sterženlerde döreýän güýji we dartgynlylygy hasaplamaly. Hasaplamalarda kabul etmeli: ähli sterženleriň materialy polatdan ($\sigma_u = 240$ MPa; $E = 2 \cdot 10^5$ MPa); $l = 0,5$ m; $\Delta = 0,45 \cdot 10^{-3}$ m; $\beta = 60^\circ$.

Çözülişi. Bu mysal montaj dartgynlylyklar meseleler toparyna degişlidir.

1. Sterženlerdäki güýçleri kesgitlemek. A we A_1 nokadyň utgaşmasy netijesinde bir A' düwün döreýär. Bu düwüni kesip alýarys (6.4-nji surata seret) we onuň deňagramlylygyna seredýäris. Simmetriýa bolany üçin $N_1 = N_2$. Onda bir sany deňagramlylyk deňlemesini düzýäris:

$$\sum x = 0: -2N_1 \cos \beta + N_3 = 0.$$



6.4-nji surat

Üç sany güýji kesgitlemek üçin diňe iki sany deňagramlylyk deňlemesini düzüp bolýanlygy üçin, mesele bir gezek statiki kesgitlenmeýän.

Deformasiýanyň çyzgysy 6.4-nji suratda görkezilen. Deformasiýanyň netijesinde birleşen A düwün A' ýagdaýa eýe bolar. Deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesi aşakdaky ýaly bolar

$$\Delta = \delta_A + \Delta l_3,$$

bu ýerde $\delta_A = |AA'|$ – A nokadyň Ox okuň ugruna süýşmesi, $\Delta l_3 = |A'A_1|$ – 3 sterženiň uzalmasy.

AA'A'' göniburçly üçburçlukdan (A'A'' kesik 1 sterženiň okuna perpendikulýar, 6.4-nji surata seret) δ_A bilen 1 sterženiň uzalmasynyň arasyndaky baglanyşygy alýarys:

$$\delta_A = \frac{\Delta l_1}{\cos \beta},$$

bu bolsa berlen şertleri göz önünde tutup deformasiýanyň bilelikdäki deňlemesini aşakdaky görnüşe getirýär:

$$\Delta = 2\Delta l_1 + \Delta l_3.$$

(5.1) kömegi arkaly sterženleriň uzalmasyny güýjüň üsti bilen görkezýäris

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 2l}{EA}, \quad \Delta l_3 = \frac{N_3 l}{2EA}.$$

onda

$$\Delta = 4 \frac{N_1 l}{EA} + \frac{N_3 l}{2EA}.$$

Bu deňligi deňagramlylyk deňlemesi bilen birleşdirip, deňlemeler ulgamyny alýarys

$$N_1 = N_3, \quad 4N_1 + \frac{1}{2}N_3 = \frac{EA\Delta}{l},$$

we ol aşakdaky çözüde (goşmaça simmetriýany göz önünde tutýarys) eýe bolýar:

$$N_1 = N_2 = N_3 = \frac{2EA\Delta}{9l}.$$

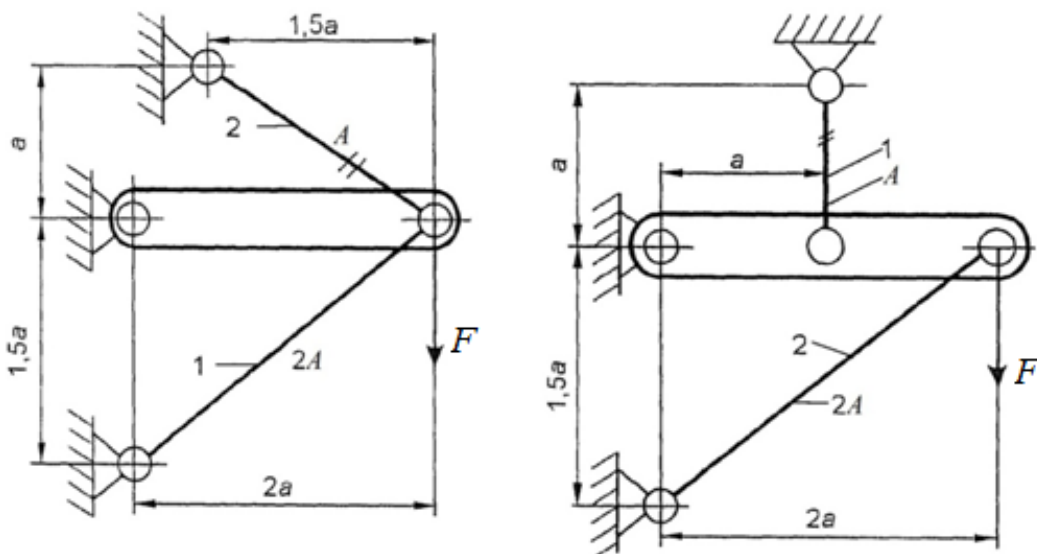
2. Sterženlerdäki dartgynlylygy kesgitlemek. (2.1) laýyklykda alýarys:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{2\Delta E}{9l} = \frac{2 \cdot 0,45 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^5}{9 \cdot 0,5} = 40 \text{ MPa},$$

$$\sigma_3 = \frac{1\Delta E}{9l} = 20 \text{ MPa.} \blacksquare$$

Meseleler

6.1 – 6.2. Laýyklykda görkezilen suratlardaky sterženli ulgam üçin 6.1-nji meseläniň şertine baglylykda mysallary çözmeli. Berlen şertleri şol meseleden almaly we $a = l$ hasap etmeli.



7-nji amaly sapak

DARTGYNLY WE DEFORMIRLENEN ÝAGDAÝYŇ NAZARYÝETI

Amaly okuwyň meýilnamasy:

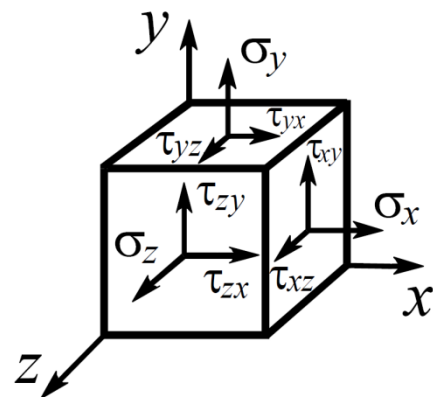
1. Dartgynly ýagdaý. Dartgynlylygyň düzüjileri.
2. Birokly süýnmede (gysylmada) ýapgyt kesiklerdäki dartgynlylyk.
3. Baş dartgynlylyklar barada düşüňje. Tekiz dartgynlylyk ýagdaýy.
4. Göwrümleýin dartgynlylyk ýagdaýy.
5. Deformirlenen ýagdaý. Gukuň umumylaşdyrylan kanuny. Deformasiýanyň energiýasy.
6. Nokatdaky dartgynly we deformirlenen ýagdaýy barlamak üçin hödürülenýän usulyýet.

1. Dartgynly ýagdaý. Dartgynlylygyň düzüjileri

Berlen nokatdan geçirilen mümkin bolan sansyz köp meýdançalarda täsir edýän dartgynlylyklaryň toplumyna nokatdaky dartgynlylyk ýagdaýy diýilýär. Berlen nokadyň haýsy-da bolsa üç özara perpendikulýar meýdançalardaky dartgynlylyklary mälim bolsa jisimiň seredilýän nokadynyň islendik meýdançadaky dartgynlylygyny kesgitlemek mümkin.

Dartgynly jisimiň haýsy-da bolsa bir nokadynyň töwereginde özara perpendikulýar meýdançaly elementar paralelepipedini saýlalyň (7.1-nji surat).

Görkezilen meýdançalarda täsir edýän dartgynlylyklar x , y we z koordinatalar oklaryna parallel düzüjilere dargadylýar. Bu düzüjiler aşakdaky görnüşde belgilenilýär:



7.1-nji surat

$$\begin{matrix} \sigma_z & \tau_{zy} & \tau_{zx}, \\ \sigma_y & \tau_{yz} & \tau_{yx}, \\ \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz}. \end{matrix}$$

Indeksleriň birinjisi meýdançada täsir edýän dartgynlylygyň haýsy oka perpendikulýardygyny, ikinjisi bolsa dartgynlylygyň haýsy oka paralleldigini görkezýär.

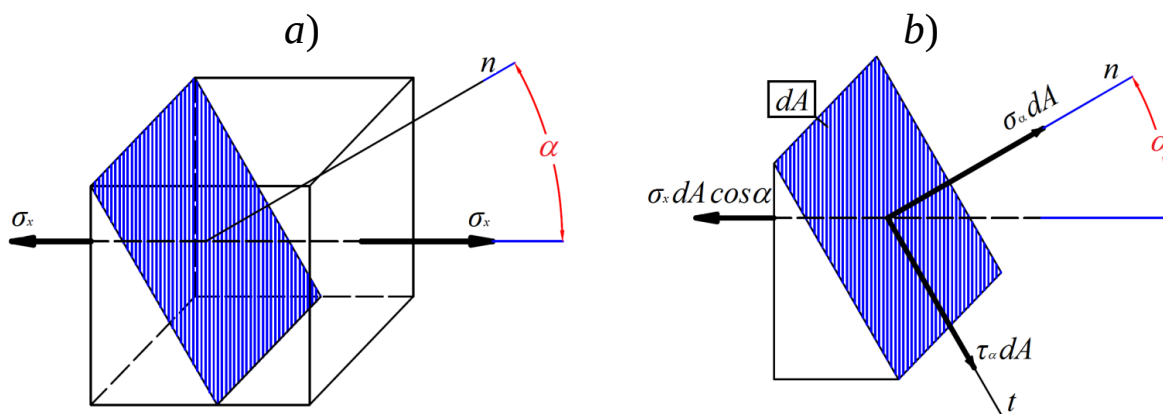
σ_z , τ_{zy} , ..., τ_{xz} ululyklara *jisimiň berlen nokadyndaky dartgynly ýagdaýyň düzüjileri* diýilýär.

2. Birokly süýnmede (gysylmada) ýapgyt kesiklerdäki dartgynlylyk

Süýnen pürsüň tötänleýin nokadynyň töwereginden kesilip alnan tükeniksiz kiçi elemente (parallelepiped) seredeliň.

Parallelepipediniň iki grany pürsüň kese-kesigi bilen gabat gelýär, galan dört granlary bolsa boý kesikleri bilen gabat gelýär.

Elementiniň kese-kesiginiň tekizligi bilen gabat gelýän granlarynda σ_x normal dartgynlylyklar döreýär (7.2-nji a surat). Galan dört granlarynda dartgynlylyklar döremeyär. σ_x dartgynlylygy bilip barlanylýan nokatdan geçýän tötänleýin meýdançadaky normal we galtaşma dartgynlylyklaryny kesgitlep bolýar. Onuň üçin elementi tekizlik bilen, oňa geçirilen normal bolsa x oky bilen tötänleýin α burçuny düzer ýaly hyýaly kesýärler (7.2-nji b surat). Bu ýapgyt grandaky dartgynlylyklary σ_α we τ_α bilen belgilenilýär; olaryň bahalaryny elementar prizma goýulan ähli güýçleri n we t oklaryna proyektirläp düzülen deňagramlylyk deňlemesinden kesgitlenilýär.



7.2-nji surat

Netijede alýarys

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha, \quad (7.1)$$

$$\tau_\alpha = \sigma_x \cos \alpha \sin \alpha = \frac{\sigma_x}{2} \sin 2\alpha. \quad (7.2)$$

Alnan deňlemelerden görüşimiz ýaly iň uly normal dartgynlylyklar pürsüň kese-kesiklerinde döreýändir.

Iň uly galtaşma dartgynlylyklary $\tau_{\alpha(\max)}$ pürsüň okuna 45° (ýa-da 135°) burç boýunça ýapgyt meýdançada döreýändir we ol

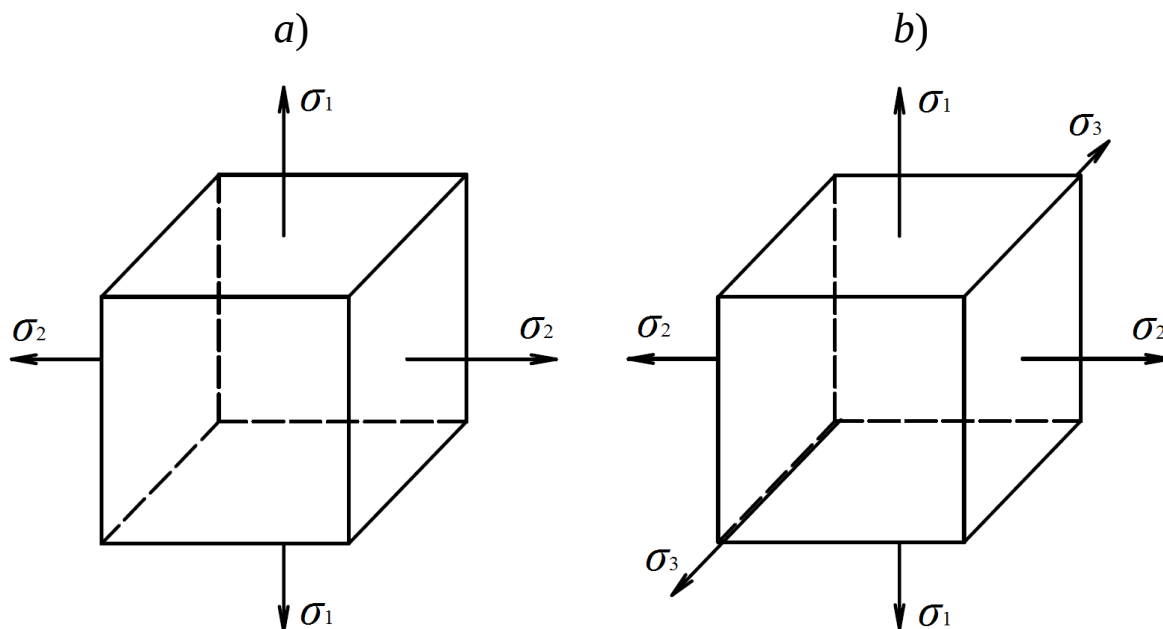
$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x}{2}$$

deňdir.

3. Baş dartgynlylyklar barada düşünje. Tekiz dartgynlylyk ýagdaýy

Galtaşma dartgynlylyklary bolmadyk meýdançalara *baş meýdançalar* diýilýär; bu meýdançalarda täsir edýän normal dartgynlylyklara *baş dartgynlylyklar* diýilýär.

Jisimiň her nokadyndan üç baş dartgynlylyklar täsir eder ýaly üç özara perpendikulýar meýdançalary geçirmek mümkin, dartgynlylyklaryň ikisi ekstremal bahalara eýedir (biri iň uly, beýlekisi iň kiçi normal dartgynlylyklardyr), üçünjisi olaryň arasyndaky aralyk bolup durýar. Iň uly (algebraik manyda) baş dartgynlylyk σ_1 , aralyk σ_2 , iň kiçi – σ_3 bilen belgilenilýär, şunlukda $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.



7.3-nji surat

Dartgynly ýagdaýyň üç esasy görnüşi bardyr.

Çzykly – haçanda baş dartgynlylyklaryň ikisi nola deň bolanda (birokly süýnme ýa-da gysylma, 7.2-nji surat).

Tekiz – haçanda baş dartgynlylyklaryň birisi nola deň bolanda (7.3-nji a surat).

Göwrümleýin – haçanda baş dartgynlylyklaryň ählisi noldan tapawutly bolanda (7.3-nji b surat).

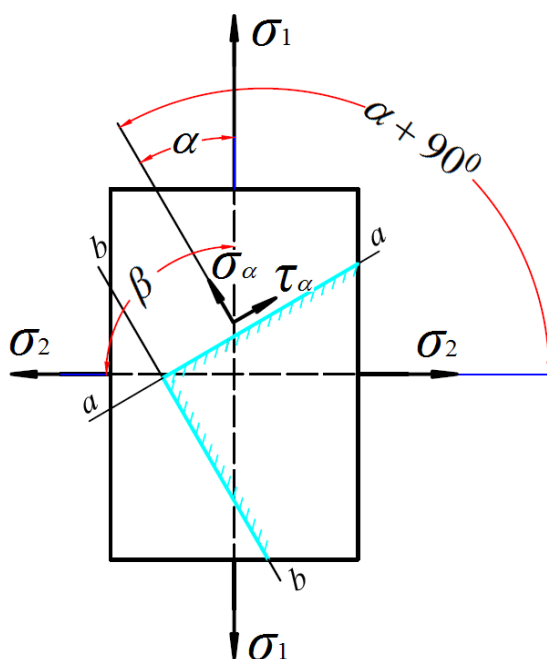
Tekiz dartgynly ýagdaý barlanylanda iki ýagdaýyň ýüze çykmagy mümkin: a) σ_1 we σ_2 , ýa-da σ_1 we σ_3 , ýa-da σ_2 we σ_3 baş dartgynlylyklary berlen (mälim); b) islendik üç özara perpendikulýar

meýdançalardaky dartgynlylyklar mälim, bu ýagdaýda olaryň birinde dartgynlylyk ýokdur.

Barlagyň birinji ýagdaýynda (7.4-nji surat) elementiň dartgynlylykdan erkin granyna perpendikulýar tötänleýin $a - a$ meýdançadaky dartgynlylyk aşakdaky formulalar boýunça kesgitlenilýär

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha; \quad (7.3)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha. \quad (7.4)$$



7.4-nji surat

(7.4) formuladan görüşimiz ýaly galtaşma dartgynlylyklary $\alpha = \pm 45^\circ$ bolanda iň uly (modul boýunça) bahasyna eýe bolýar, diýmek baş meýdançalara 45° burç boýunça ýapgyt meýdançalarda ýüze çykýar:

$$\tau_{\alpha(max)} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}. \quad (7.5)$$

(7.4) formulanyň esasynda iki özara perpendikulýar meýdançalarda ýüze çykýan galtaşma dartgynlylyklar absolýut bahalary boýunça deň bolýar diýen netijä gelýäris. Bu baglanşyga *galtaşma dartgynlylyklaryň jübütlilik kanuny* diýilýar.

Eger σ_1 we σ_3 (ýa-da σ_2 we σ_3) baş dartgynlylyklar noldan tapawutly bolan ýagdaýlarynda baş dartgynlylyklaryň indekslerine laýyklykda üýtgedip şol formulalary ulanmak bolýar.

$\tau_{\alpha(\max)}$ dartgynlylyk jisimiň barlanylýan nokady üçin umuman iň uly bolup durman, ol diňe çyzgynyň tekizligine perpendikulýar meýdançalar toplумы üçin iň ulusydygyny göz öňünde tutmaly. Aýdylyp geçilen dartgynlylyk haçan-da σ_1 we σ_3 baş dartgynlylyklary noldan tapawutly bolan ýagdaýda hakykatdan hem iň uly bolýar, ýagny

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (7.6)$$

Islendik iki özara perpendikulýar meýdançalardaky dartgynlylyklar σ_α , σ_β , $\tau_\alpha = \tau_\beta = \tau$ berlen halynda baş dartgynlylyk aşakdaky formula boýunça kesgitlenilýär

$$\sigma_{host} = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau^2}. \quad (7.7)$$

(7.7) formula arkaly iki baş dartgynlylygyň ululyklary kesgitlenenden soňra baş dartgynlylyklaryň biriniň nola deňdigini göz öňünde tutup olaryň indekslerini bellemeli. Meselem, eger nola deň bolmadyk baş dartgynlylyklaryň ikisi hem otrisatel bolsa, onda olary σ_2 we σ_3 ($\sigma_1=0$) arkaly belgilemeli bolýar.

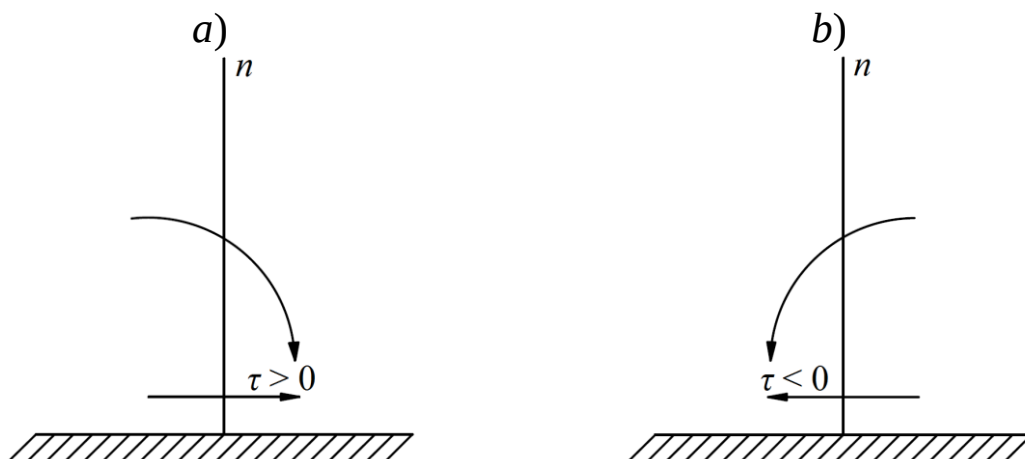
Seredilýän meýdançalar toplумы üçin iň uly galtaşma dartgynlylygy

$$\tau_{\alpha(max)} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau^2} \quad (7.8)$$

deň bolar.

Baş meýdançalaryň ýagdaýy aşakdaky formula boýunça kesgitlenilýär

$$tg2\alpha_0 = -\frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}. \quad (7.9)$$



7.5-nji surat

Položitel α_0 burç Ox okdan sagat diliniň ugruna garşy goýup ölçenilýär. (7.9) formuladan peýdalanylanda aşakdaky alamatlar düzgünine esaslanylýar: süýndüriji normal dartgynlylyk položitel hasaplanylýar; galaşma dartgynlylygyň täsir edýän meýdançasyna geçirilen daşky normaly sagat diliniň ugruna 90^0 öwürän ýagdaýynda onuň ugry τ ugry bilen gabat gelse, onda galaşma dartgynlylygy položitel hasaplanylýar (7.5-nji surat).

4. Göwrümleýin dartgynlylyk ýagdaýy

Göwrümleýin dartgynlylygyň umumy halynda (7.1-nji surata seret) baş dartgynlylyklar kub deňlemäniň köki hökmünde kesgitlenilýär, ýagny

$$\sigma_{host}^3 - I_1 \sigma_{host}^2 + I_2 \sigma_{host} - I_3 = 0. \quad (7.10)$$

Bu ýerde

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z;$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2;$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 - 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx}.$$

I_1 , I_2 we I_3 ululyklara *berlen nokadyň dartgynly ýagdaýyň invariantlary* diýilýär. Olaryň bahalary berlen meýdançanyň islendik seçip almasynda üýtgemän galýar. Elbet-de, (7.10) formula dartgynly ýagdaýyň ähli hususy ýagdaýlary (tekiz we ş.m.) üçin hem adalatlydyr.

(7.10) formula ulanylanda galaşma dartgynlylygy üçin alamatlar düzgüni ýokarda görkezilenden tapawutlydyr, ýagny meýdança geçirilen daşky normal koordinata okunyň položitel ugry bilen hem-de τ wektor laýyk gelýän okuň položitel ugry bilen gabat gelse, τ goşmak alamaty berilýär. Bu alamatlar düzgünine laýyklykda 7.1-nji suratda görkezilen ähli galaşma dartgynlylyklary položiteldir.

Ähli baş meýdançalara deňyapgytly meýdançalara *oktaedriki* meýdança diýilýär. Bu meýdançalarda döreýän dartgynlylyklara hem *oktaedriki* dartgynlylyk diýilýär. Baş dartgynlylyklaryň ululyklary mälüm (berlen ýa-da kesgitlenen) bolsa, oktaedriki dartgynlylyklar aşakdaky formulalar boýunça kesgitlenilýär:

oktaedriki normal dartgynlylyk

$$\sigma_{okt} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}; \quad (7.11)$$

oktaedriki galaşma dartgynlylyk

$$\tau_{okt} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (7.12)$$

5. Deformirlenen ýagdaý. Gukun umumylaşdyrylan kanuny. Deformasiýanyň energiýasy

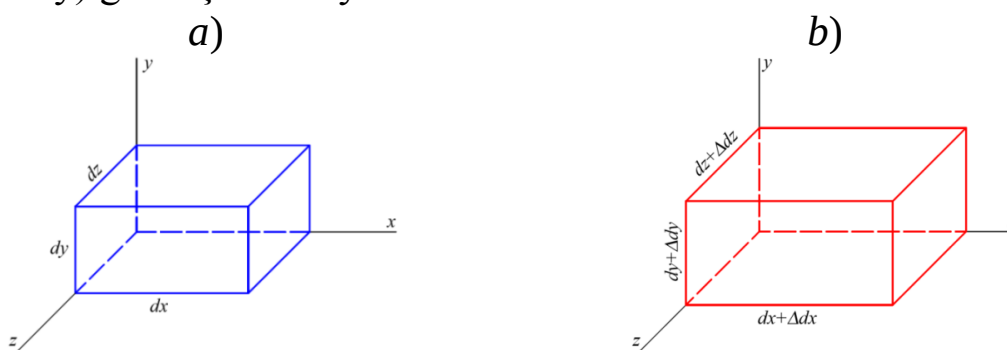
Deformirlenen ýagdaýyň seljermesinde edil dartgynly ýagdaýda seredişimiz ýaly, jisimi sansyz köp tükeniksiz kiçi (elementar) parallelepipedlerden durýandygyny göz önüne getirmek mümkindir. Elementar parallelepipedin deformasiýasy onuň granlarynyň otnositel uzalmasy (gysgalmasy), ýagny ε_x , ε_y , ε_z çyzykly deformasiýalary (7.6-njy surat)

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx}; \quad \varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy}; \quad \varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}$$

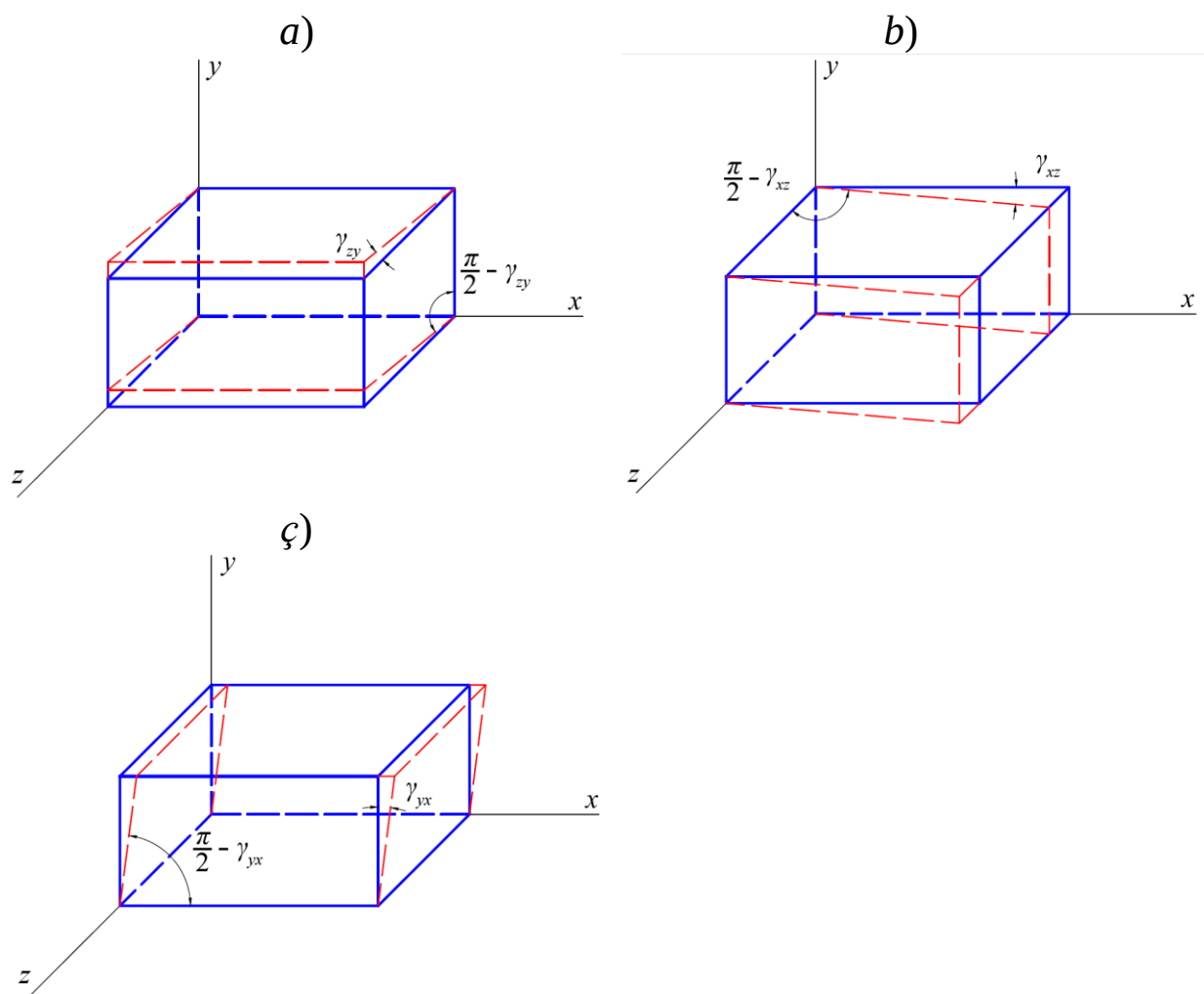
hem-de granlarynyň arasyndaky ilki başdaky göni burçlarynyň üýtgemesi, ýagny γ_x , γ_y , γ_z burç deformasiýalary (7.7-nji surat) bilen häsiýetlendirilýär. Elementiň granlarynyň arasyndaky ilki başdaky göni burçuň kiçelmesinde burç deformasiýalary položitel hasap edilýär.

Jisimiň berlen nokadynyň deformasiýasynyň netijesinde hemişe üç özara perpendikulýar oklary, olaryň arasyndaky burç üýtgemän galar ýaly geçirmek mümkindir. Bu oklara *baş deformasiýa oklary* diýilýär we bu oklaryň ugrunda döreýän deformasiýalara *baş deformasiýalar* diýilýär. Baş deformasiýalar ε_1 , ε_2 , ε_3 bilen belgilenilär. Materiallaryň garşylygy kursunda garalýan kiçi deformasiýalarda *baş deformasiýalaryň ugry baş dartgynlylyklaryň ugry bilen gabat gelýär*.

Deformirlenen ýagdaýyň *üçokly* (ähli üç baş deformasiýalary noldan tapawutly), *ikiokly* (baş deformasiýalaryň biri noldan tapawutly), *birokly* (baş deformasiýalaryň diňe birisi noldan tapawutly) görnüşleri bolýar.



7.6-njy surat



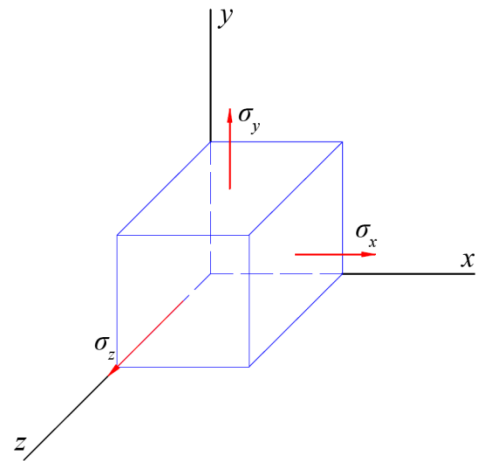
7.7-nji surat

Ýüklenen jisimiň üstüniň nokady üçin şol üste perpendikulýar ok köplenç ýagdaýlarda baş deformasiýa oklarynyň biri bolup durýar. Adatça jisimiň üstüniň galtaşma tekizligi üçin iki baş deformasiýalary kesgitlemek bilen çäklenilýär. Eger bu deformasiýalar mälüm bolsa (meselem, elektrotenzometr gurallaryň kömegi bilen eksperimental kesgitlenen), onda agzalan tekizligiň erkin tekizliginde ε_α deformasiýa aşakdaky formula bilen kesgitlenilýär:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_1 \cos^2 \alpha + \varepsilon_2 \sin^2 \alpha. \quad (7.13)$$

α burç ε_1 ugrundan sagat diliniň tersine ölçenilip goýulýar. Eger baş deformasiýalaryň biri položitel, beýlekisi bolsa otrisatel bolsa, onda olary laýyklykda ε_1 we ε_3 bilen belgilenýär. Eger olaryň ikisi hem otrisatel bolsa, onda olar ε_2 we ε_3 bilen belgilenýär. Bular ýaly indeksleriň düzgüninde jisimiň üstüne perpendikulýar tekizlikdäki deformasiýa hasaba alynmaýar, ýagny ol şertleýin nola deň diýip kabul edilýär.

Ýüklenen maýyşgak jisimiň käbir nokadynyň töwereginde bölünip alynan tükeniksiz kiçi elemente seredeliň. Goý, bu elementiň granlarynda σ_x , σ_y , σ_z normal dartgynlylyklary döreýän bolsun (7.8-nji surat). Gukuň umumylaşdyrylan kanuny bu dartgynlylyklaryň we deformasiýalaryň hersiniň ugruna olaryň arasyndaky baglanşygyny görkezýär, ýagny



7.8-nji surat

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)]; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_z + \sigma_x)]; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)]. \end{aligned} \right\} \quad (7.14)$$

Görkezilen baglanşyklara dartgynlylygyň bahasyny öz alamaty (süýnme dartgynlylyklar položitel hasaplanylýar) boýunça goýulýar.

Eger, elementiň granlaryna (7.8-nji surat) normal dartgynlylyklardan daşary galtaşma dartgynlylyklary hem täsir edýän bolsalar, onda (7.14) formulalaryň öz güýjünde galýandygyny bellemek gerekdir.

Süýşme burçlary (burçlaýyn deformasiýalary) laýyk gelýän galtaşma dartgynlylyklary (7.1-nji we 7.7-nji suratlara seret) bilen aşakdaky baglanşyklar boýunça baglydyr (süýşmede Gukuň kanuny):

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \quad \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}. \quad (7.15)$$

bu ýerde G – süýşme moduly (ikinji derejeli maýyşgaklyk moduly), burçlaýyn deformasiýalarda materialyň gatylygyny häsiýetlendirýän fiziki hemişelikdir.

Izotrop jisim üçin üç maýyşgak hemişelikleri E , G we μ aşakdaky ýaly özara baglydyr

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (7.16)$$

Kiçi çyzykly deformasiýalarda *elementiň göwrüminiň otnositel üýtgemesi* (göwrümleýin deformasiýa) aşakdaky formulalaryň biri boýunça kesgitlenilýär:

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z; \quad (7.17)$$

$$\theta = \frac{1-2\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z); \quad (7.18)$$

$$\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3K}. \quad (7.19)$$

bu ýerde $K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$ – göwrümleýin maýyşgak moduly.

(7.14), (7.15), (7.16), (7.17), (7.18), (7.19) formulalar diňe bir tükeniksiz kiçi element üçin ulanylman, eýsem jisimiň dartgynly ýagdaýy bir jynsly, ýagny onuň ähli nokatlarynda deň bolsa tutuş jisim üçin hem ulanmak bolýandyr.

Deformasiýanyň udel potensial energiýasy, ýagny maýyşgak jisimiň käbir nokady üçin jisimiň göwrüm birligine hasaplanan energiýasy aşakdaky formula boýunça kesgitlenilýär

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\mu(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x)] + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2). \quad (7.20)$$

Baş dartgynlylyklar we deformasiýalar belli bolsa, (7.20) formulanyň ýerine aşakdaky formulalaryň birini peýdalanýarlar:

$$u = \frac{\sigma_1\varepsilon_1}{2} + \frac{\sigma_2\varepsilon_2}{2} + \frac{\sigma_3\varepsilon_3}{2}; \quad (7.21)$$

$$u = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]. \quad (7.22)$$

Deformasiýanyň (doly) udel potensial energiýasyny aşakdaky jem hökmünde görkezmek mümkin

$$u = u_v + u_f,$$

bu ýerde u_v – elementar parallelepipediniň göwrüminiň üýtgemegi bilen bagly udel energiýa, formula boýunça kesgitlenilýär

$$u_v = \frac{1-2\mu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2; \quad (7.23)$$

u_f – elementar parallelepipediniň formasynyň üýtgemesi bilen bagly udel energiýa, ony kesgitlemek üçin aşakdaky formula ulanylýar

$$u_f = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]. \quad (7.24)$$

6. Nokatdaky dartgynly we deformirlenen ýagdaýy barlamak üçin hödürülenýän usulyýet:

1. Ýüklenen jisimiň barlanylýan nokadynyň töwereginde göniburçly parallelepiped şekilde tükeniksiz kiçi elementi kesip almaly. Bu elementiň granlaryny mümkin boldugyça oňa täsir edýän dartgynlylyklary kesgitlemekde ýeňil bolar ýaly ýerleşdirmeli. Adatça bir grany baş meýdança bilen utgaşdyrýarlar.
2. Elementiň granlaryna parallel ýagdaýda x, y, z koordinata oklaryny geçirmeli.
3. Elementiň granlarynda täsir edýän dartgynlylyklary görkezmeli we olara koordinata oklaryna laýyklykda indekslerini bellemeli.
4. Baş meýdançalaryň ýerleşişini kesgitlemeli we olary çyzgyda görkezmeli.
5. Baş dartgynlylyklaryň ululyklaryny hasaplamaly we olary çyzgyda görkezmeli.

7. Dartgynly we deformirlenen ýagdaýy barlamagyň mysallary

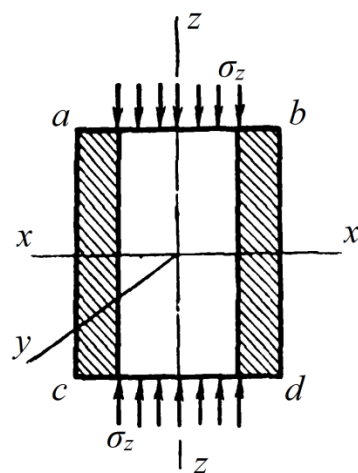
Mesele 7.1. Gaty bolmadyk materialdan (kici maýyşgaklyk moduly E) ýasalan silindr gaty silindriki turba bilen gurşalan we ab hem-de cd ahyrky kesikleri boýunça deňölçegli ýaýran gysyjy güýçlerine sezewar bolýar (7.9-njy surat). Eger-de silindrde boý gysyjy dartgynlylyk $\sigma_z = -150$ MPa, Puassonyň koeffisienti $\mu = 0,25$ bolsa silindriň turbanyň diwaryna täsir edýän basyşyny kesgitlemeli.

Çözülişi. Meselede üç okly gysylma bolup geçýär, üstesine-de x we y oklaryň ugruna gysylma dartgynlylyklary meňzeşdir, ýagny $\sigma_x = \sigma_y$, muny hasaba alyp bu oklaryň hersiniň ugruna deformasiýa aşakdaka deň bolar

$$\begin{aligned}\varepsilon_x = \varepsilon_y &= \frac{\sigma_x}{E} - \mu \frac{\sigma_y}{E} - \mu \frac{\sigma_z}{E} = \\ &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \mu \sigma_y - \mu \sigma_z).\end{aligned}$$

Mundan daşary, silindriki turbanyň diwarynyň gatylygy sebäpli $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$ alýarys. Şunluk-da, berlen σ_z we μ boýunça σ_x kesgitleýäris:

$$\sigma_x - \mu \sigma_x = \mu \sigma_z.$$



7.9-njy surat

σ_z we μ san bahalaryny goýup alýarys

$$\sigma_x - 0,25\sigma_x = 0,25(-150),$$

bu ýerden

$$0,75\sigma_x = 0,25(-150)$$

we

$$\sigma_x = -50 \text{ MPa.}$$

Mesele 7.2. Polat parallelepiped iki sany gaty plitalaryň arasynda ýerleşdirilen we F güýç bilen gysylan (7.10-njy surat). Eger Puassonyň koeffisienti $\mu = 0,3$ bolsa parallelepipedin diwarlara täsir edýän basyşyny kesgitlemeli.

Çözülişi. Parallelepipedin BD we AC granlarynda N güýçleri dörrär. Şunluk-da, parallelepiped iki özara perpendikulýar ugurlarda gysylma işleýär.

Plitalaryň gatylygy netijesinde gorizonta ugur boýunça otnositel uzalma $\varepsilon_x = 0$ bolar.

Mundan daşary, parallelepipedin y okunuň ugruna deformirlenmesi üçin hiç-hili päsgelçiligiň ýoklugy sebäpli $\sigma_y = 0$ bolýar.

Şonuň üçin

$$0 = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_z),$$

bu ýerden

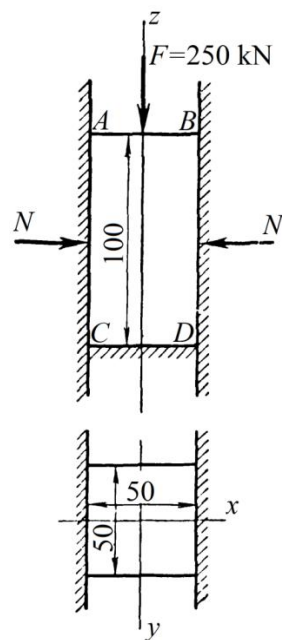
$$\begin{aligned} \sigma_x &= \mu\sigma_z = \mu \frac{F}{A} = \\ &= 0,3 \left(\frac{-250 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^2} \right) = -30 \text{ MPa.} \end{aligned}$$

bu ýerde A – pürsüň kese-kesiginiň meýdany (7.10-njy surata seret).

Parallelepipedden gapdal plitalara täsir edýän güýç aşakdaka deň bolar

$$N = |-\sigma_x| \cdot A_{BD} = 30 \cdot 50 \cdot 10^2 = 150 \cdot 10^3 \text{ N} = 150 \text{ kN.}$$

Mesele 7.3. $ABCD$ kub ýörite mehanizmiň kömegi arkaly dört grany boýunça deňölçegli ýaýran güýçler bilen gysylýar (7.11-nji a



7.10-njy surat

surat). Eger $E = 2 \cdot 10^5$ MPa, $\mu = 0,3$ bolsa kubuň göwrüminiň otnositel üýtgemesini kesgitlemeli.

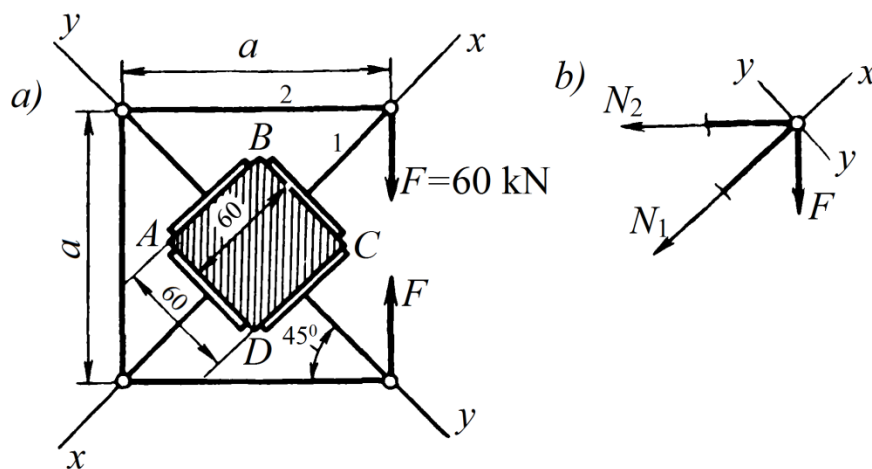
Çözülişi. F güýjü goýlan şarnirleriň hersiniň deňagramlylygyna seredýäris (7.11-nji b surat). Şarnirlerdäki sürtülmäni hasaba almaýarys.

$$\sum X = -N_1 - N_2 \cos 45^\circ - F \cos 45^\circ = 0;$$

$$\sum Y = N_2 \cos 45^\circ - F \cos 45^\circ = 0,$$

deňagramlylyk deňlemelerini ulanyp kubuň her gapdal granyna täsir edýän gysyjy güýjüni tapýarys,

$$N_1 = -F\sqrt{2} = -60\sqrt{2} = -84,6 \text{ kN}.$$



7.11-nji surat

Onda dartgynlylyklar aşakdaka deň bolar

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{N_1}{A} = -\frac{84,6 \cdot 10^3}{36 \cdot 10^{-3}} = -23,5 \text{ MPa}.$$

Kubuň göwrüminiň otnositel üýtgeýişi

$$\theta = \frac{1 - 2\mu}{E} (\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1 - 2 \cdot 0,3}{2 \cdot 10^5} 2 \cdot (-23,5) = -94 \cdot 10^{-6}$$

(göwrüm kiçelýär).

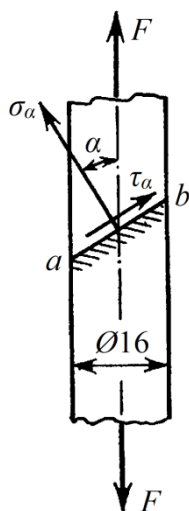
Meseleler

7.4. Tegelek kese-kesikli sterženiň diametri 16 mm (7.12-nji surat). $F = 40$ kN süýndüriji güýç ab ýapgyt kesikde τ_a galtaşma dartgynlylygyny döredýär we ol şol ab kesikdäki normal

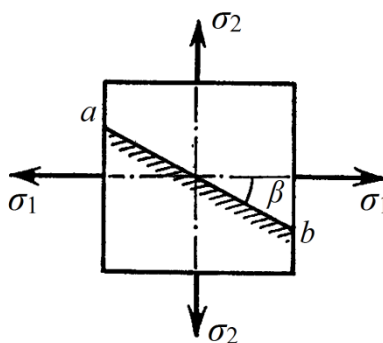
dartgynlylygyň 60% düzýär. Kesigiň ýapgytlyk burçuny hem-de σ_α we τ_α bahalaryny kesgitlemeli.

7.5. Kwadrat plastinanyň taraplaryna $\sigma_1 = 150$ MPa we $\sigma_2 = 50$ MPa normal dartgynlylyklary goýulan (7.13-nji surat). σ_1 ugruna $\beta = 80^\circ$ burç boýunça ýapgyt ab kesikdäki dartgynlylygy analitiki usuly arkaly hasaplamaly we netijäni grafiki usuly arkaly barlamaly. Berlen kesige perpendikulýar kesikde nähili dartgynlylyklary döreýär?

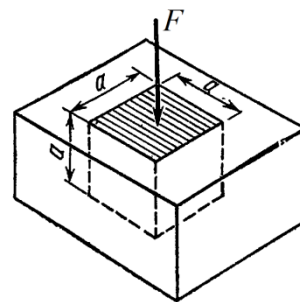
7.6. Taraplary $a = 0,1$ m bolan mis kub yşsyz polat plitadaky oýjuga ýerleşdirilen (7.14-nji surat). Plitany absolýut gaty hasaplamaly. $F = 500$ kN gysyjy güýjüň täsirinde kubyň göwrüminiň absolýut ΔV we otnositel θ üýtgemesini hasaplamaly. Misiň kese deformasiýasynyň koeffisienti $\mu = 0,34$. Kupda döreýän iň uly τ_{max} we oktaedriki τ_{okt} galtaşma dartgynlylyklaryny kesgitlemeli.



7.12-nji surat



7.13-nji surat



7.14-nji surat

Barlag soraglary:

1. Nokatdaky dartgynly ýagdaý diýip nämä aýdylýar?
2. Dartgynly ýagdaýyň nähili görnüşleri bar?
3. Normal we galtaşma dartgynlylyklar üçin alamatlar düzgünini aýdyň.
4. Galtaşma dartgynlylyklaryň jübütlilik kanunynyň esasy manysy nämeden durýar?
5. Nokatdaky dartgynlyly ýagdaýy haýsy ululyklar häsiýetlendirýär?
6. Haýsy meýdançalara baş maýdança diýilýär?
7. Haýsy dartgynlylyklara baş dartgynlylyklar diýilýär?

8. Berlen dartgynlylyklara baglylykda ýapgyt meýdançalardaky normal we galtaşma dartgynlylyklary nähili kesgitlenilýär?
9. Baş meýdançalaryň ýerleşişini we baş dartgynlylyklaryň ululyklaryny nähili kesgitlemeli?
10. Çyzykly we tekiz dartgynly ýagdaýlarda ýapgyt meýdançalardaky normal we galtaşma dartgynlylyklar nähili kesgitlenilýär?
11. Nokatdaky deformirlenen ýagdaý diýip nämä aýdylýar?
12. Nokatdaky deformirlenen ýagdaý nähili düzüjilerden durýar?
13. Haýsy deformasiýalara baş deformasiýa diýilýär?
14. Gukun umumylaşdyrylan kanunynyň esasy manysy nämeden durýar we ol haýsy aňlatmalar bilen görkezilýär?
15. Dartgynly ýagdaýyň umumy görnüşinde deformasiýanyň udel potensial energiýasy nähili kesgitlenilýär?
16. Göwrümiň we formanyň üýtgeýşiniň udel potensial energiýasy nähili kesgitlenilýär?

8-nji amaly sapak

KESIGIŇ STATIKI MOMENTI WE AGYRLYK MERKEZINI KESGITLEMEK

Tekiz kesikleriň geometriki häsiýetleri şulardan ybaratdyr: meýdan, tekiz kesikleriň statiki momentleri, agyrlýk merkeziniň ýerleşşi, inersiýa momentleri we garşylyk momentleri.

Meýdan – kese-kesigiň ýönekeý geometriki häsiýetidir:

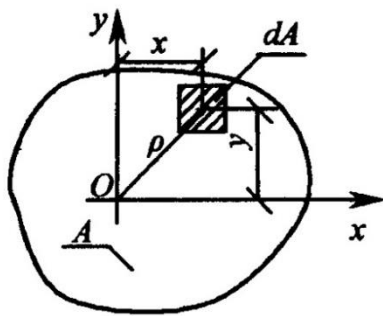
$$A = \int_A dA \quad (8.1)$$

Tekiz kesigiň oka görä *statiki momenti* diýip (8.1-nji surat) kesigiň bütin meýdany A boýunça elementar meýdançalaryň meýdanyny dA , şol oka çenli aralygyň köpeltmek hasylynyň jemine aýdylýar, ýagny:

$$S_x = \int_A y dA, \quad S_y = \int_A x dA; \quad (8.2)$$

$$S_x = \iint_A y dx dy, \quad S_y = \iint_A x dx dy; \quad (8.3)$$

$$S_x = Ay_C, \quad S_y = Ax_C \quad (8.4)$$



bu ýerde y_C – tekiz kesigiň agyrlýk merkezinden x oka çenli aralyk; x_C – kesigiň agyrlýk merkezinden y oka çenli aralyk.

Çylşyrymly kesigiň oka görä statiki momenti kesigiň ähli bölekleriniň oka görä statiki momentleriniň jemine deňdir, ýagny:

$$S_x = A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n = \sum_{i=1}^n A_i y_i; \quad (8.5)$$

$$S_y = A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n = \sum_{i=1}^n A_i x_i;$$

bu ýerde: $A_1, A_2, \dots, A_n$ – çylşyrymly tekiz kesigi düzýän ýönekeý elementleriniň meýdany; $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n$ – çylşyrymly tekiz kesigiň ýönekeý düzüjileriniň agyrlyk merkeziniň x we y oklara görä koordinatasy.

(8.4) aňlatmadan tekiz kesigiň agyrlyk merkeziniň koordinatasyny kesgitlep bolýar:

$$x_c = \frac{S_y}{A}, \quad y_c = \frac{S_x}{A} \quad (8.6)$$

Çylşyrymly kesik üçin (8.6) formulany aşakdaky görnüşine getirip bolýar:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{S_y}{A} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + \dots + A_n x_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i x_i}{\sum_{i=1}^n A_i}; \\ y_c &= \frac{S_x}{A} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + \dots + A_n y_n}{A_1 + A_2 + \dots + A_n} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i y_i}{\sum_{i=1}^n A_i}. \end{aligned} \quad (8.7)$$

Iki sany x we x_1 hem-de y we y_1 parallel oklara görä üýtgemeyän kesikli statiki momentleriň özara baglanyşygy aşakdaky görnüşe eýedir:

$$S_{x_1} = S_x - aA, S_{y_1} = S_y - bA \quad (8.8)$$

bu ýerde a, b kesimler 8.2-nji suratda görkezilen.

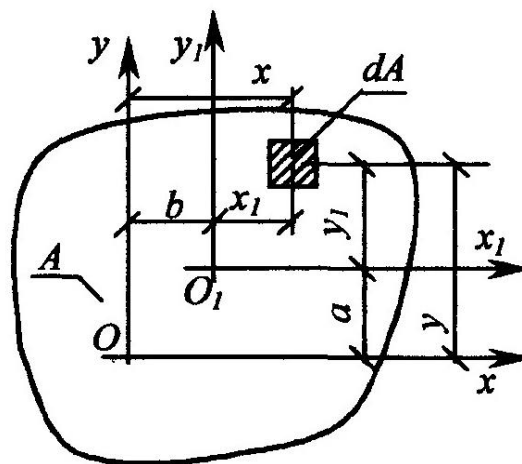
Görkezme.

1. y okuň položitel ugrunyň üýtgemesi S_x statiki momentiniň alamatynyň üýtgemesine getirýär. Meňzeş ýagdaýda x okuň položitel ugrunyň üýtgemesi S_y statiki momentiniň alamatynyň üýtgemesine getirýär.

2. Kesigiň agyrlyk merkezinden geçýän islendik oka görä bu kesigiň statiki momenti nola deňdir.

3. Eger tekiz kesigiň simmetriýa oky bar bolsa, onda bu ok hemişe agyrlyk merkezinden geçýändir, şonuň üçin 2-nji tertibe laýyklykda simmetriýa oka görä kesigiň statiki momenti hemişe nola deňdir.

4. Eger tekiz kesigiň iki sany simmetriýa oky bar bolsa, onda kesigiň agyrlyk merkezi şol oklaryň kesişme ýerinde ýatandyr.



8.2-nji surat

Görkezme: çylşyrymly kesigiň agyrlyk merkeziniň ýerleşişini kesgitlemek üçin aşakdaky işleri yzygiderlikde ýerine ýetirmeklik maslahat berilýär:

- Çylşyrymly kesigi ýönekeý şekilli böleklere bölýäris.
- Her ýönekeý şekiliň meýdanyny we agyrlyk merkeziniň ýagdaýyny kesgitleýäris.
- Tötänleýin (erkin) x we y koordinatalar oklaryny saýlaýarys. Tötänleýin oklary saýlanda mümkin boldugyndan tekiz kesigiň hemme nokatlarynyň koordinatalary položitel baha eýe bolar ýaly edip saýlamaly.

(8.5) formulalary aşakdaky görnüşde ýazyp,

$$\begin{aligned} S_x &= \sum_{i=1}^n S_{xi} = \sum_{i=1}^n y_{ic} A_i; \\ S_y &= \sum_{i=1}^n S_{yi} = \sum_{i=1}^n x_{ic} A_i, \end{aligned} \quad (8.9)$$

bütün kesigiň S_x we S_y statiki momenti her şekiliň x we y oklara görä S_{xi} we S_{yi} statiki momentleriniň jemi ýaly hasaplanylýar.

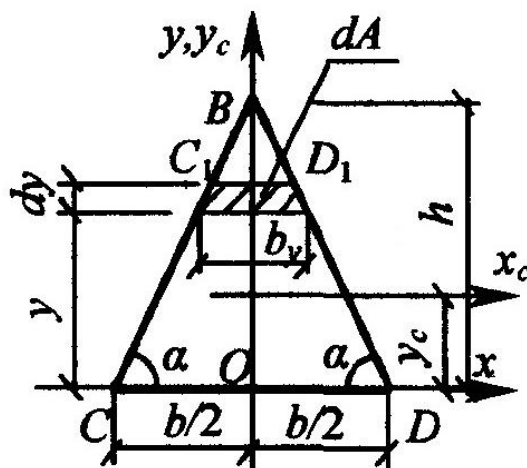
5. (8.6) formula arkaly bütün kesigiň agyrlyk merkeziniň koordinatasy hasaplanylýar.

8.1-nji mesele. 8.3-nji suratda görkezilen üçburçluk kesik üçin agyrlyk merkezini kesgitlemeli.

Çözülişi. Suratdan görnüşi ýaly kesik – deňýanly üçburçlukdyr, diýmek, y oky – simmetriýa okudyr we seredýän kesigimiziň agyrlyk merkezi bu okuň üstünde ýatandyr.

Agyrlyk merkezini tapmak üçin (8.6) ikinji formulany peýdalanýarys. Ýazalyň

$$A = \frac{bh}{2},$$



8.3-nji surat

$$S_x = \int_A y dA = \int_0^h y b_y dy. \quad (a)$$

$\triangle ABC_1D_1$ we $\triangle BCD$ üçburçluklaryň meňzeşliginden tapýarys
 $\frac{C_1B_1}{CB} = \frac{h-y}{h}$ ýa-da $\frac{b_y}{b} = \frac{h-y}{h}$, bu ýerden $b_y = \frac{b(h-y)}{h}$.

Statiki momenti hasaplamak üçin b_y tapylan bahasyny (a) formula goýup alýarys:

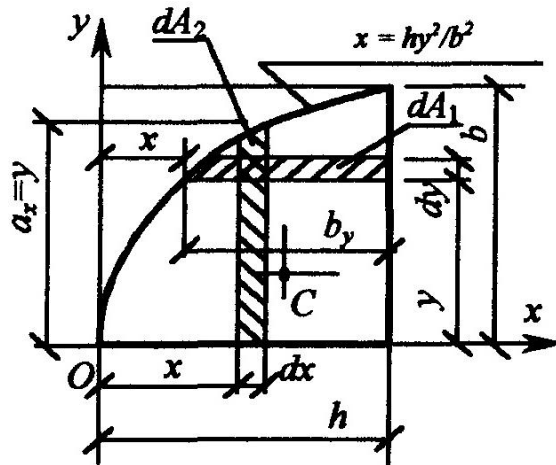
$$S_x = \int_0^h y \frac{b(h-y)}{h} dy = b \int_0^h y dy - \frac{b}{h} \int_0^h y^2 dy = \frac{bh^2}{2} - \frac{bh^2}{3} = \frac{bh^2}{6}.$$

Bu ýagdaýda (8.6) ikinji formuladan

$$y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{bh^2/6}{bh/3} = h/3.$$

8.3-nji suratda $y = y_c = h/3$ çyzygy geçirýäris. Üçburçly kesigiň agyrlık merkezi geçirilen çyzygyň we y okuň kesişmesinde ýerleşer. Bu kesigiň agyrlık merkeziniň koordinatalary: $x = 0$, $y = h/3$. ■

8.2-nji mesele. x oky, kwadrat parabola $x = hy^2/b^2$ we $x = h$ göni çyzyk bilen çäklenen tekiz kesigiň agyrlık merkeziniň koordinatasyny kesgitlemeli (8.4-nji surat).



8.4-nji surat

Çözülişi. Agyrlık merkezini kesgitlemek üçin (8.6) formulalardan peýdalanýarys. Ilkinji nobatda (8.1) formula boýunça kesigiň meýdanyny hasaplaýarys:

$$A = \int_0^b b_y dy = \int_0^b (h - x) dy = \int_0^b \left(h - \frac{hy^2}{b^2} \right) dy = \frac{2}{3}bh.$$

Soňra (8.2) formulalardan kesigiň statiki momentlerini tapýarys:

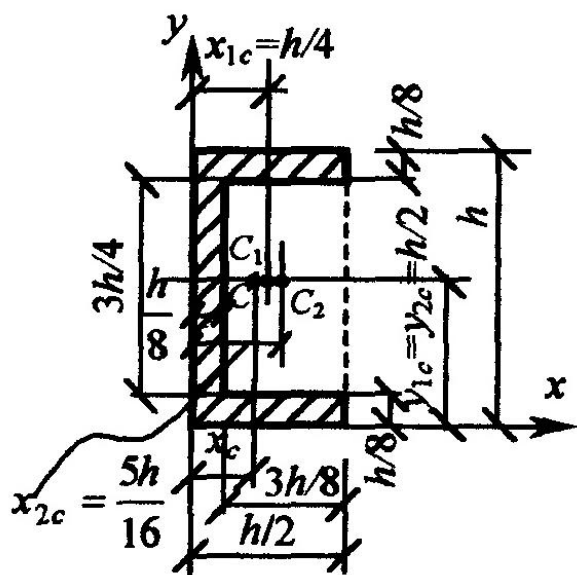
$$S_x = \int_0^b y b_y dy = \int_0^b y \left(h - \frac{hy^2}{b^2} \right) dy = \frac{hb^2}{4};$$

$$S_y = \int_A x dA_2 = \int_0^h x a_x dx = \int_0^h xy dx = \int_0^h x \sqrt{\frac{xb^2}{h}} dx = \frac{2h^2b}{5}.$$

we netijede (8.6) formulalar boýunça kesgitleýäris

$$x_C = \frac{S_y}{A} = \frac{3}{8}b = 0,375b, y_C = \frac{S_x}{A} = \frac{3}{5}h = 0,6h. \blacksquare$$

8.3-nji mesele. Çylşyrymly kesigiň (8.5-nji surat) S_x we S_y statiki momentlerini kesgitlemeli. Kesigiň agyrlyk merkeziniň koordinatasyny tapmaly.



8.5-nji surat

Çözülişi. Çylşyrymly kesigiň agyrlyk merkezini kesgitlemek üçin berlen görkezmä laýyklykda çylşyrymly kesigi iki sany ýönekeý şekillere bölýäris, ýagny birinji göniburçly kesik – $h \times h/2$ ölçegli we $A_1 = h^2/2$ meýdanly, onuň agyrlyk merkeziniň (C_1) koordinatasy $y_{1C} = h/2$, $x_{1C} = h/4$; ikinji göniburçly kesigiň ölçegleri $3h/4 \times 3h/8$ bolup, ol C_2 agyrlyk mekrezli ($y_{2C} = h/2$, $x_{2C} = 5h/16$) we $A_2 = 9h^2/32$ meýdanlydyr.

(8.9) formulalar boýunça bütün kesigiň statiki momentini hasaplaýarys:

$$S_x = A_1 y_{1C} - A_2 y_{2C} = h^3/4 - 9h^3/64 = 7h^3/64;$$

$$S_y = A_1 x_{1C} - A_2 x_{2C} = h^3/8 - 45h^3/512 = 19h^3/512.$$

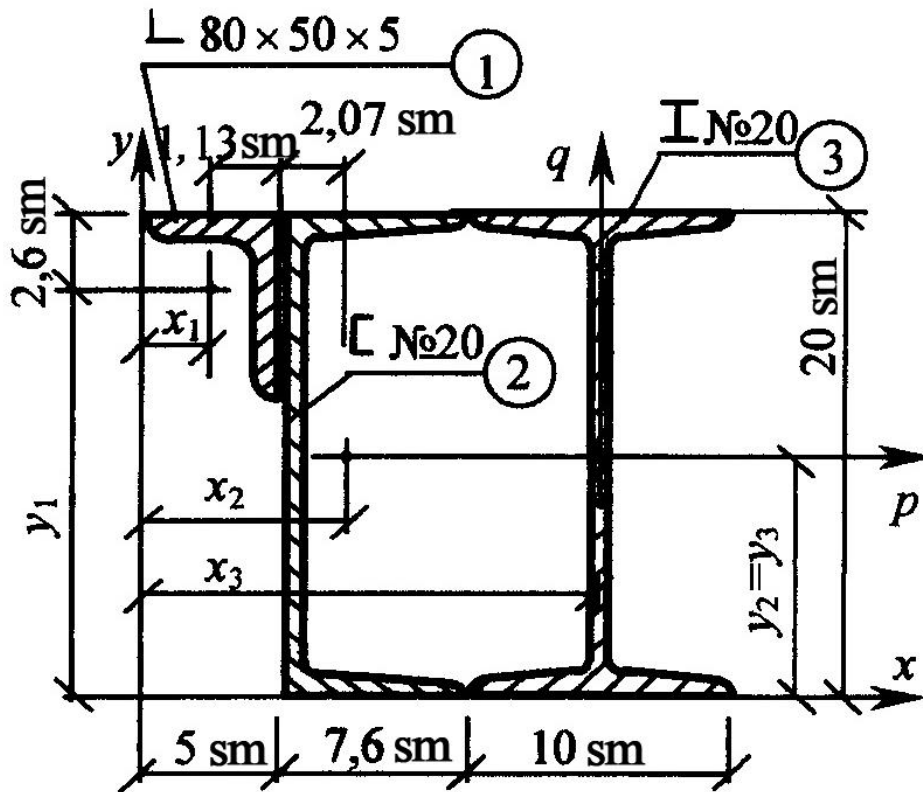
Bütün konstruksiýanyň A meýdanyny A_1 we A_2 meýdanlaryň tapawudy ýaly tapýarys, ýagny $A = A_1 - A_2 = 7h^2/32$. Alnan bahany (8.6) formulalara goýup bütün kesigiň agyrlyk merkeziniň C koordinatasyny tapýarys

$$y_C = S_x/A = h/2; \quad x_C = S_y/A = 19h/112. \blacksquare$$

8.4-nji mesele. Düzülen kesigiň (8.6-njy surat) S_x we S_y statiki momentlerini we agyrlyk merkeziniň koordinatasyny kesgitlemeli.

Çözülüşi. Çözüwi aşakdaky ýaly yzygiderlikde ýerine ýetirilýär.

Eger kese-kesigiň simmetriýa oklary ýok bolsa, onda tötänleýin x we y oklary kesigiň hemme nokatlary 1-nji kwadrantda ýerleşer ýaly geçirmeli. Her prokat profil üçin tertip belgisi goýulýar.



8.6-njy surat

Belgileme girizýäris: x_i, y_i – tötänleýin x we y oklara görä i -nji profiliň agyrlýk merkeziniň absissasy we ordinatasy; A_i – i -nji profiliň kesiginiň meýdany; A – bütin düzülen kesigiň meýdany; n – profilleriň sany.

Soňra (8.5) formulalaryň kömegi bilen statiki momentleri hasaplaýarys we (8.6) formulalar arkaly agyrlýk merkeziniň koordinatasy tapylýar.

Hödürlenlen usulyýete görä (8.6-njy surat) ýazýarys: $A_1 = 6,36 \text{ sm}^2$; $A_2 = 23,4 \text{ sm}^2$; $A_3 = 26,8 \text{ sm}^2$; $A = 56,56 \text{ sm}^2$; $x_1 = 3,87 \text{ sm}$; $x_2 = 7,07 \text{ sm}$; $x_3 = 17,6 \text{ sm}$; $y_1 = 17,4 \text{ sm}$; $y_2 = 10 \text{ sm}$; $y_3 = 10 \text{ sm}$.

(8.5) formulalar boýunça tapýarys

$$S_x = 6,36 \cdot 17,4 + 23,4 \cdot 10 + 26,8 \cdot 10 = 612,66 \text{ sm}^3;$$

$$S_y = 6,36 \cdot 3,87 + 23,4 \cdot 7,07 + 26,8 \cdot 17,6 = 661,73 \text{ sm}^3.$$

Netijede, (8.6) formulalar arkaly bütin kesigiň agyrlýk merkeziniň koordinatasyny kesgitleýäris:

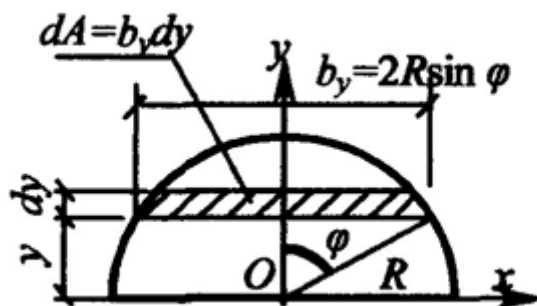
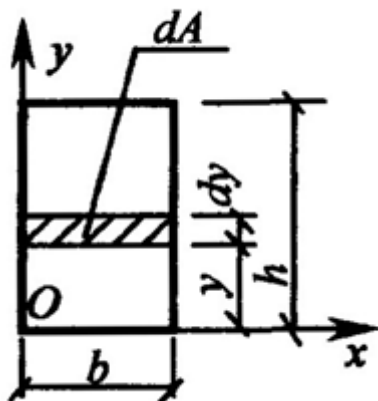
$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{661,73}{56,56} = 11,7 \text{ sm}; \quad y_c = \frac{S_x}{A} = \frac{612,66}{56,56} = 10,83 \text{ sm}.$$

Alnan bahalary barlamak üçin düzülen kesigiň agyrlyk merkeziniň koordinatasyny p we q oklara görä özbaşdak kesgitlemegi hödürleýäris (8.6-njy surat). ■

Meseleler

8.1. Tekiz göniburçly kesigiň x we y oklara görä statiki momentini kesgitlemeli (surata seret).

8.2. R radiusly ýarym tegelek şekilli tekiz kesigiň agyrlyk merkeziniň koordinatasyny kesgitlemeli (surata seret).



9-njy amaly sapak TEKIZ KESIKLERIŇ INERSIÝA MOMENTLERI

Tekiz kesigiň berlen oka görä *merkezi inersiýa momenti* diýip, onuň bütin meýdany A boýunça alnan elementar meýdançalaryň meýdanyny dA , olardan şol oka çenli aralygyň kwadratyna köpeltmek hasylynyň jemine aýdylýar, ýagny

$$I_y = \int_A x^2 dA, \quad I_x = \int_A y^2 dA, \quad (9.1)$$

bu ýerde x – dA elementar meýdançadan y oka çenli aralyk; y – dA elementar meýdançadan x oka çenli aralyk (8.1-nji surat).

Tekiz kesigiň koordinatalar okunyň başlangyjy O nokada (polýusa) görä *polýar inersiýa momenti* diýip, onuň bütin meýdany A boýunça alnan elementar meýdançalaryň meýdanyny dA , olardan şol nokada çenli aralygyň kwadratyna köpeltmek hasylynyň jemine aýdylýar, ýagny

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_A (x^2 + y^2) dA. \quad (9.2)$$

Tekiz kesigiň iki sany özara perpendikulýar x we y oklara görä merkezi inersiýa momentleriň jemi, şol kesigiň agzalan oklarynyň kesişme nokadyna görä *polýar inersiýa momentine* deňdir, ýagny

$$I_x + I_y = I_p. \quad (9.3)$$

Merkezden daşlaşýan inersiýa momenti – kesigiň tutuş meýdany A boýunça alnan elementar meýdançalaryň meýdanyny dA oklara çenli aralyklara köpeltmek hasylynyň jemi bolup durýar, ýagny

$$I_{xy} = \int_A xy dA. \quad (9.4)$$

Tekiz kesigiň merkezden daşlaşýan inersiýa momentiniň oklary, kesigiň simmetriýa oklarynyň biri ýa-da ikisi bilen gabat gelse, onda merkezden daşlaşýan inersiýa momentiniň ululygy nola deňdir.

Tekiz kesigiň x we y merkezi oklara parallel x_1 we y_1 erkin oklara görä merkezi we merkezden daşlaşýan inersiýa momentlerini aşakdaky formulalar arkaly kesgitleýärler:

$$I_{x_1} = I_x + a^2 A, \quad I_{y_1} = I_y + b^2 A; \quad (9.5)$$

$$I_{x_1y_1} = I_{xy} + (-a)(-b)A, \quad (9.6)$$

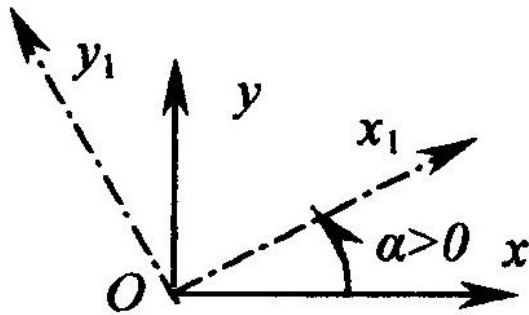
bu ýerde a, b – x we x_1 hem-de y we y_1 oklaryň arasyndaky uzaklyk, 8.1-nji suratda görkezilen; bu ýerde x we y – merkezi oklar diýip kabul edilýär, ýagny olar tekiz kesigiň O agyrlık merkezinden geçýän oklardyr.

x we y merkezi oklaryny α burç boýunça aýlanda inersiýa momentlerini aşakdaky aňlatmalardan kesgitlep bolar

$$\begin{aligned} I_{x_1} &= I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha; \\ I_{y_1} &= I_y \cos^2 \alpha + I_x \sin^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha; \end{aligned} \quad (9.7)$$

$$I_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha, \quad (9.8)$$

bu ýerde α burçuň položitel ugry 9.1-nji suratda görkezilen.



9.1-nji surat

Iki sany özara perpendikulýar oklara görä merkezi inersiýa momentleriň jemi oklaryny islendik α burça (9.1-nji surat) öwrende öz hemişelik ýagdaýyny saklaýar, ýagny

$$I_x + I_y = I_{x_1} + I_{y_1} \quad (9.9)$$

Kesigiň merkezi inersiýa momentleriň iň uly we iň kiçi bahalaryna *baş inersiýa momentleri* diýilýär. Merkezi inersiýa momentleri ekstremal baha eýe bolýan oklara *baş inersiýa oklary* diýilýär. Baş inersiýa oklary özara perpendikulýardyr, diýmek (9.9) formuladan alýarys

$$I_x + I_y = I_{max} + I_{min} \quad (9.10)$$

Baş inersiýa momentleriň bahasyny aşakdaky formuladan kesgitleýärler:

$$I_{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2}, \quad (9.11)$$

baş inersiýa oklarynyň merkezi x, y oklaryny α burça öwrüp gurýarys (9.1-nji surat):

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}. \quad (9.12)$$

Görkezme:

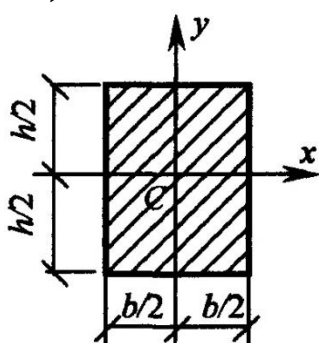
1. Maksimum oky hemişe merkezi inersiýa momenti uly baha eýe bolan oklary (x ýa-da y) bilen iň kiçi burç düzýär.

2. Baş inersiýa oklaryna görä merkezden daşlaşýan inersiýa momenti nola deň.

3. Özara perpendikulýar merkezi oklaryň biri ýa-da ikisi simmetriýa oklary bilen gabat gelse, olar hemişe baş inersiýa oklary hasap edilýär.

4. Iki simmetriýa oklaryndan köp bolan şekiller üçin hemme merkezi oklara görä merkezi inersiýa oklary özara deňdir. Bular ýaly şekillere deňýanly üçburçluk, kwadrat, tegelek we ş.m. girýär.

9.1-nji mesele. Beýikligi h we ini b bolan göniburçluk üçin x we y oklara görä merkezi inersiýa momentlerini kesgitlemeli (9.2-nji surat).



9.2-nji surat

Çözülişi. 8-nji amaly sapagyň öý işiniň 8.1 meselesiniň suratyna laýyklykda $dA = bdy$ alýarys. Elementar meýdançanyň meýdanyny (9.1) formula goýýarys:

$$I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^h by^2 dy = b \frac{y^3}{3} \Big|_0^h = \frac{bh^3}{3}.$$

Şeýle hem $I_y = hb^3/3$ hasaplap bolar. ■

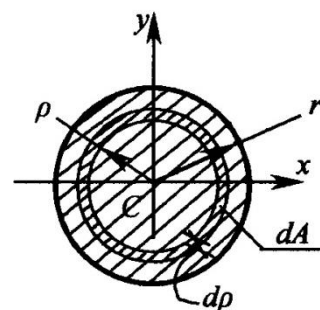
9.2-nji mesele. C nokada görä tegelek kesigiň (9.3-nji surat) polýar inersiýa momentini kesgitlemeli.

Çözülişi. Elementar meýdança hökmünde C merkeziň daşynda içki radiusy ρ we ini $d\rho$ bolan halka zolagy saýlaýarys. Elementar meýdançanyň meýdanyny kesgitleýäris, ol $dA = 2\pi\rho d\rho$. Soňra netijäni (9.2) formula goýýarys:

$$I_p = \int_A \rho^2 dA = \int_0^r \rho^2 2\pi\rho d\rho = 2\pi \int_0^r \rho^3 d\rho = \frac{\pi r^4}{2}. \blacksquare$$

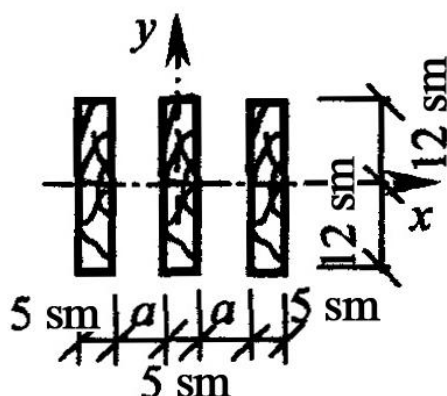
9.3-nji mesele. Bütün tegelek kesigiň erkin x we y merkezi oklara görä merkezi inersiýa momentlerini kesgitlemeli (9.3-nji surat).

Çözülişi. 9.2-nji meselede $I_p = \pi r^4/2$ tapyldy. Emma bütün tegelek kesik üçin $I_x = I_y$, onda bu kesik üçin (9.3) formula aşakdaky görnüşe gelýär $2I_x = I_p$, bu ýerden tapýarys



9.3-nji surat

$$I_x = I_y = I_{min} = I_{max} = \frac{I_p}{2} = \frac{\pi r^4}{4}. \blacksquare \quad (9.13)$$



9.4-nji surat

9.4-nji mesele. 5×24 sm ölçegli şekil üç tagtadan ybarat. Eger x we y oklara görä baş inersiýa momentleri özara deň bolsalar onuň elementleriniň arasyndaky a uzaklygy kesgitlemeli (9.4-nji surat).

Çözülişi. x oka görä bütün kesigiň inersiýa momenti

$$I_x = 3 \frac{3 \cdot 24^3}{12} = 17280 \text{ sm}^4.$$

Kesigiň iki sany çetki göniburçluklarynyň y oka görä inersiýa momentini kesgitlemek üçin (9.5) formulany peýdalanýarys, sebäbi y oky olar üçin merkezi ok dälendir we bütün şekil üçin alýarys:

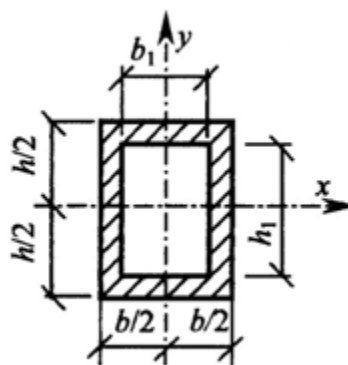
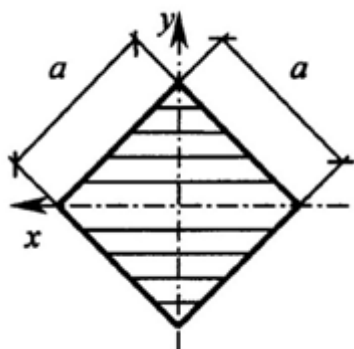
$$I_y = 3 \cdot 24 \cdot 5^3 / 12 + 2(5+a)^2 \cdot 5 \cdot 24 = 240a^2 + 2400a + 6750.$$

Meseläniň şertine laýyklykda $I_x = I_y$ ýa-da $17280 = 240a^2 + 2400a + 6750$. Alnan kwadrat deňlemäni çözüp $a = 3,3$ sm alýarys. ■

Meseleler

9.1. x we y oklary beýikligi h we ini b bolan göniburçly kesigiň simmetriýa oklarydyr. Bu kesigiň merkezi inersiýa momentini kesgitlemeli (9.1-nji meseläniň suratyna seret).

9.2. Kwadrat kesik üçin I_x we I_y merkezi inersiýa momentlerini kesgitlemeli (surata seret).



10-njy amaly sapak TEKIZ DÜZÜLEN KESIKLERİN INERSIYA MOMENTLERİ

Çylşyrymly, simmetriýa oklaryny saklamaýan düzülen kesikleri hasaplamagy aşakdaky tertipde ýerine ýetirmeklik maslahat berilýär.

Ilki bilen kese-kesigi çyzýarys. Kesigiň hemme nokatlary 1-nji kwadranta düşer ýaly edip kömekçi x, y oklary geçirmeli (10.1-nji surat). Her prokat profil üçin tertip belgi goýmaly. i -nji profiliň belli bolan agyrlyk merkezinden x_i, y_i ýerli koordinata ulgamyny geçirýäris. x_i, y_i oklary laýyklykda kömekçi x, y oklaryna paralleldir.

Kesigiň belli ölçeglerini çyzga geçirýäris, olary meseläniň berlen şertinden ýa-da prokat poladyň sortamentiniň degişli tablisasyndan (gollanmanyň soňunda goşmaça girizilen) alýarys.

Belgileri girizýäris: x_i, y_i – i -nji profiliň agyrlyk merkeziniň tötänleýin x, y oklaryna görä abssisasy we ordinatasy; A_i – i -nji profiliň kesiginiň meýdany, $A = \sum_{i=1}^n A_i$ – bütin düzülen kesigiň meýdany; $I_{x_i}, I_{y_i}, I_{x_i y_i}$ – i -nji profiliň ýerli x_i, y_i oklara görä merkezi we merkezden daşlaşýan inersiýa momentleri.

Hödürlenen usulyýete laýyklykda 10.1-nji suratda görkezilen kesikler üçin geometriki häsiýetlerini ýazýarys:

$$A_1 = 50 \times 1,6 = 80 \text{ sm}^2; \quad A_2 = 30,6 \text{ sm}^2; \quad A_3 = 42,19 \text{ sm}^2; \quad A_4 = 30,04 \text{ sm}^2;$$

$$x_1 = 25 \text{ sm}; \quad x_2 = 43,42 \text{ sm}; \quad x_3 = 36,11 \text{ sm}; \quad x_4 = 5,32 \text{ sm};$$

$$y_1 = 24,8 \text{ sm}; \quad y_2 = 12 \text{ sm}; \quad y_3 = 4,89 \text{ sm}; \quad y_4 = 21,64 \text{ sm};$$

$$I_{x_1} = 50 \cdot 1,6^3 / 12 = 17,07 \text{ sm}^4; \quad I_{x_2} = 2900 \text{ sm}^4;$$

$$I_{x_3} = 1316,62 \text{ sm}^4; \quad I_{x_4} = 238,75 \text{ sm}^4;$$

$$I_{y_1} = 1,6 \cdot 50^3 / 12 = 16666,7 \text{ sm}^4; \quad I_{y_2} = 280 \text{ sm}^4;$$

$$I_{y_3} = I_{x_3}; \quad I_{y_4} = 784,22 \text{ sm}^4.$$

(9.7) formulalaryň kömegi bilen tutuş kesigiň agyrlyk merkeziniň koordinatasyny tapýarys:

$$x_C = \frac{80 \cdot 25 + 30,6 \cdot 43,42 + 42,19 \cdot 36,11 + 30 \cdot 5,32}{80 + 30,6 + 42,19 + 30} = \frac{5012,1}{182,8} = 27,4 \text{ sm};$$

$$y_C = \frac{80 \cdot 24,8 + 30,6 \cdot 12 + 42,19 \cdot 4,89 + 30 \cdot 21,64}{80 + 30,6 + 42,19 + 30} = \frac{3206,8}{182,8} = 17,5 \text{ sm}.$$

x_C we y_C oklaryny geçirýäris we x_C bilen x_i oklaryň arasyndaky aralygy hem-de y_C bilen y_i oklaryň arasyndaky aralygy kesgitleýäris:

$$a_1 = y_1 - y_C = 24,8 - 17,5 = 7,3 \text{ sm};$$

$$a_2 = y_2 - y_C = 12 - 17,5 = -5,5 \text{ sm};$$

$$a_3 = y_3 - y_C = 4,89 - 17,5 = -12,61 \text{ sm};$$

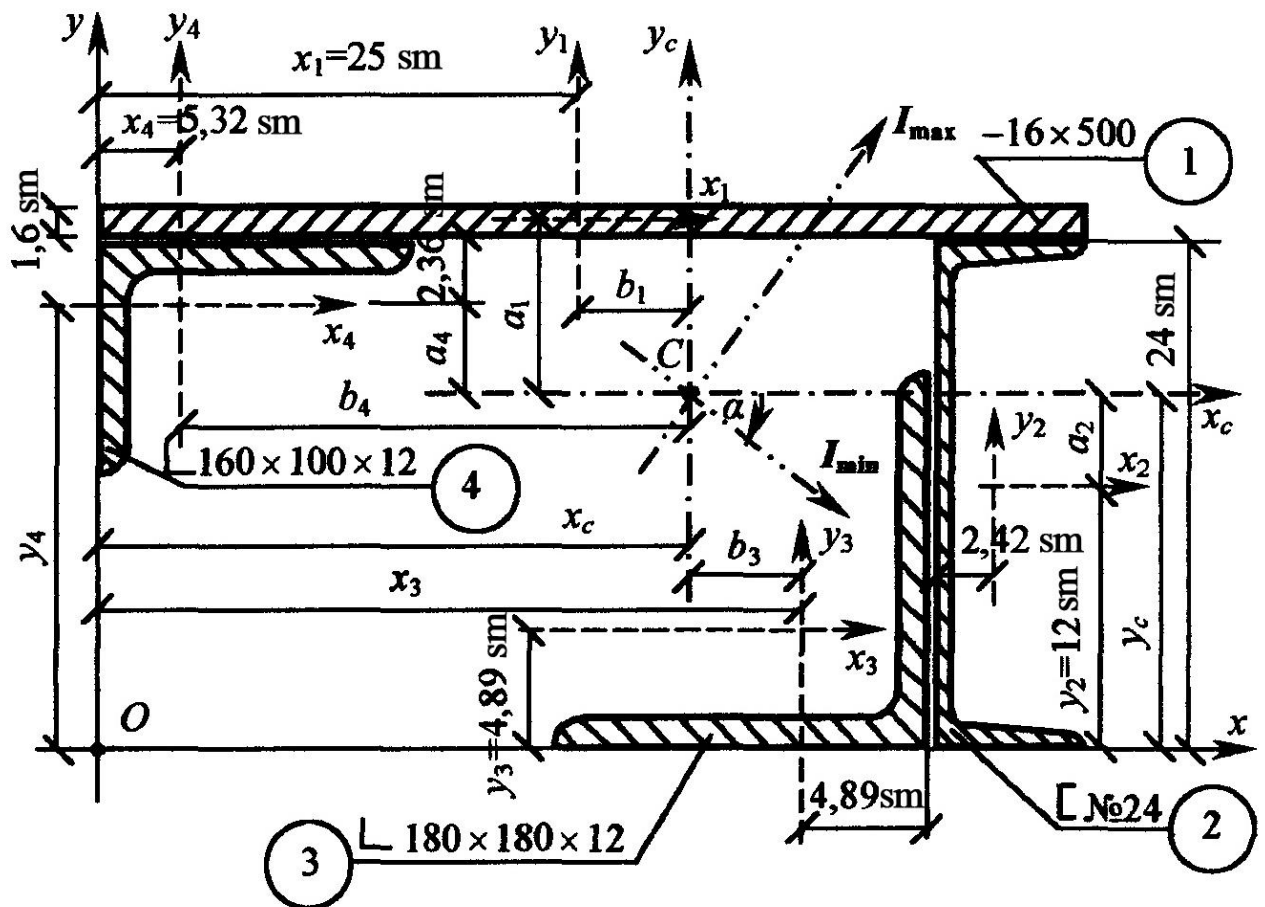
$$a_4 = y_4 - y_C = 21,64 - 17,5 = 4,14 \text{ sm};$$

$$b_1 = x_1 - x_C = 25 - 27,4 = -2,4 \text{ sm};$$

$$b_2 = x_2 - x_C = 43,42 - 27,4 = 16,02 \text{ sm};$$

$$b_3 = x_3 - x_C = 36,11 - 27,4 = 8,71 \text{ sm};$$

$$b_4 = x_4 - x_C = 5,32 - 27,4 = -22,08 \text{ sm};$$



10.1-nji surat

(9.5) formulany ulanyp, tutuş kesigiň x_C bilen y_C merkezi oklaryna görä merkezi inersiýa momentlerini kesgitlemek üçin aňlatmalary alýarys:

$$I_{x_C} = I_{x_1} + a_1^2 A_1 + I_{x_2} + a_2^2 A_2 + I_{x_3} + a_3^2 A_3 + I_{x_4} + a_4^2 A_4;$$

$$I_{y_C} = I_{y_1} + b_1^2 A_1 + I_{y_2} + b_2^2 A_2 + I_{y_3} + b_3^2 A_3 + I_{y_4} + b_4^2 A_4$$

ýa-da ýerine goýup

$$\begin{aligned}
 I_{x_C} &= 17,07 + 7,3^2 \cdot 80 + 2900 + 5,5^2 \cdot 30,6 + 1316,62 + \\
 &\quad + 12,61^2 \cdot 42,19 + 238,75 + 4,14^2 \cdot 30 = 16885 \text{ sm}^4; \\
 I_{y_C} &= 16666,7 + 2,4^2 \cdot 80 + 208 + 16,02^2 \cdot 30,6 + 1316,62 + \\
 &\quad + 8,71^2 \cdot 42,19 + 784,22 + 22,08^2 \cdot 30 = 45135 \text{ sm}^4.
 \end{aligned}$$

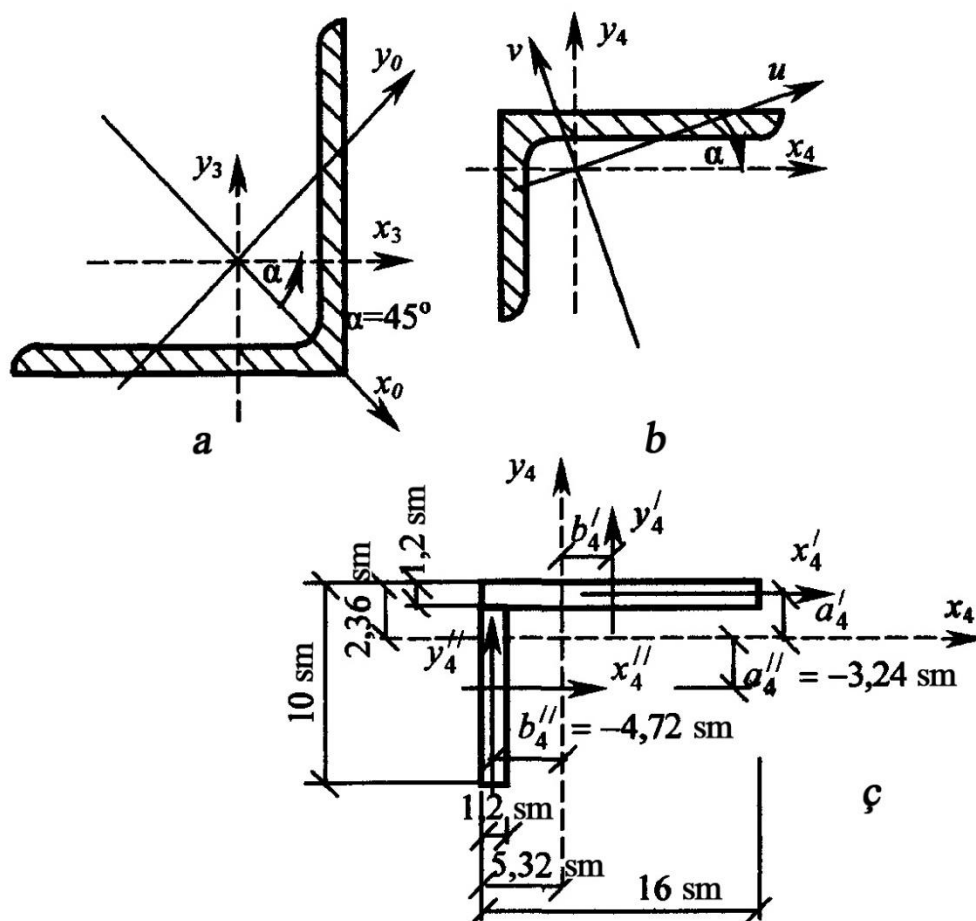
(9.6) formuladan x_C bilen y_C oklaryna görä merkezden daşlaşýan inersiýa momentiniň bahasyny tapýarys:

$$\begin{aligned}
 I_{x_C y_C} &= I_{x_1 y_1} + a_1 b_1 A_1 + I_{x_2 y_2} + a_2 b_2 A_2 + I_{x_3 y_3} + a_3 b_3 A_3 + \\
 &\quad + I_{x_4 y_4} + a_4 b_4 A_4,
 \end{aligned}$$

bu ýerde 10.1-nji surata laýyklykda $I_{x_1 y_1} = I_{x_2 y_2} = 0$, sebäbi şwellere we polat zolaga laýyklykda x_2 we x_1, y_1 simmetriýa oklaryna eýedir.

$I_{x_3 y_3}$ hasaplamak üçin deňgapdally burçluk üçin sortament tablisadan ýazyp alýarys $I_{x_0} = 2093 \text{ sm}^4$, $I_{y_0} = 540 \text{ sm}^4$, $\alpha = 45^\circ$, $I_{x_0 y_0} = 0$ (10.2-nji a surat). Onda (9.8) formula aşakdaky görnüşe eýe bolýar:

$$I_{x_3 y_3} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 90^\circ + I_{x_0 y_0} \cos 90^\circ = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} = 776,5 \text{ sm}^4.$$



10.2-nji surat

$I_{x_4y_4}$ hasaplamak üçin deň däl gapdally burçluk (10.2-nji b surat) üçin sortament tablisadan ýazyp alýarys, ýagny

$$I_{x_4} = 238,75 \text{ sm}^4, I_{y_4} = 784,22 \text{ sm}^4, I_{uv} = 0, I_u = 142 \text{ sm}^4, \text{tg}\alpha = 0,388$$

soňra (9.10) formula laýyklykda alýarys:

$$I_v = I_{x_4} + I_{y_4} - I_u = 238,75 + 784,22 - 142 = 880,97 \text{ sm}^4.$$

Şunlukda, seredilýän ýagdaý üçin (9.8) formula aşakdaky görnüşe eýe bolýar:

$$I_{x_4y_4} = \frac{I_u - I_v}{2} \sin 2\alpha + I_{uv} \cos 2\alpha = \frac{I_u - I_v}{2} \sin 2\alpha,$$

bu ýerde $\text{tg}\alpha = 0,388$; $\alpha = -21^\circ 12'$ (10.2-nji b surat), onda

$$I_{x_4y_4} = \frac{142 - 880,97}{2} \sin(-2 \cdot 21^\circ 12') = 369,5 \sin 42^\circ 24' = 249,2 \text{ sm}^4.$$

Merkezden daşlaşýan $I_{x_4y_4}$ inersiýa momentiniň bahasyny (9.6) formulany ulanyp hem kesgitlep bolýar, onuň üçin 10.2-nji ζ surata seredýäris. Burçlugy iki sany $A'_4 = 16 \times 1,2 \text{ sm}$ we $A''_4 = 8,8 \times 1,2 \text{ sm}$ göniburçluga bölýäris. Bu ýagdaýda (9.6) formula boýunça alýarys

$$I_{x_4y_4} = a'_4 b'_4 A'_4 + a''_4 b''_4 A''_4 = 1,76 \cdot 2,68(16 \cdot 1,2) + (-3,24)(-4,72)(8,8 \cdot 1,2) = 252 \text{ sm}^4$$

Görşümüz ýaly, netijeler bahalary boýunça örän ýakyndyr.

Indi bolsa düzülen kesigiň x_C bilen y_C oklaryna görä merkezden daşlaşýan inersiýa momentini kesgitlemäge girişýäris:

$$I_{x_C y_C} = 7,3(-2,4) \cdot 80 + (-5,5) \cdot 16,02 \cdot 30,6 + 776,5 + (-12,61) \cdot 8,71 \cdot 42,19 + 249,2 + 4,14(-22,08) \cdot 30 = -10452 \text{ sm}^4.$$

x_C bilen y_C merkezi oklaryny α burça öwürüp baş oklaryny gurýarys (10.1-nji surat):

$$\text{tg}\alpha = \frac{2I_{x_C y_C}}{I_{y_C} - I_{x_C}} = \frac{-2 \cdot 10452}{45135 - 16885} = -0,7404; \alpha = -18^\circ 15'.$$

Baş inersiýa momentleriň bahasyny (9.11) formula boýunça kesgitleýäris

$$I_{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4I_{xy}^2} = \frac{16885 + 45135}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(16885 - 45135)^2 + 4 \cdot 10452^2} = 31010 \pm 17752 \text{ sm}^4.$$

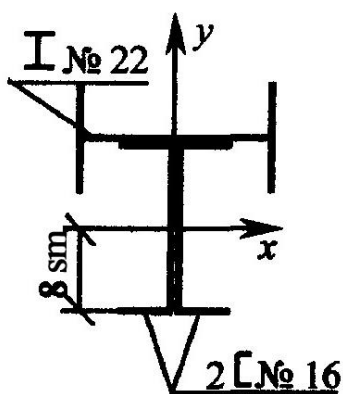
Netijede alýarys, $I_{\max} = 48582 \text{ sm}^4$, $I_{\min} = 13438 \text{ sm}^4$. Alnan bahalar (9.10) şerti kanagatlandyrýar:

$$I_{x_C} + I_{y_C} = I_{\max} + I_{\min} = 62020 \text{ sm}^4.$$

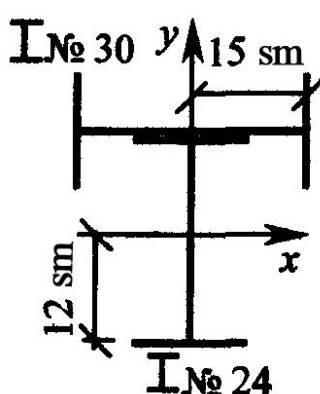
Şunlukda, 10.1-nji suratda görkezilen çylşyrymly kesigiň hemme geometriki häsiýetleri kesgitlenen. ■

Meseleler

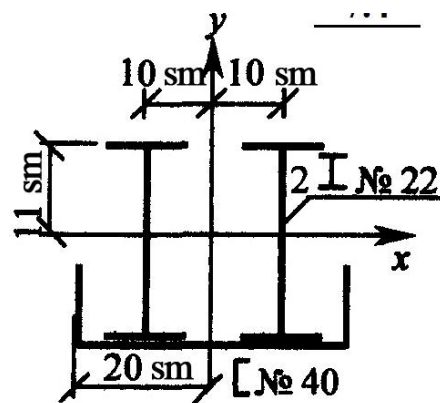
10.1 – 10.3. Değişlilikde suratlarda görkezilen düzülen kesikler üçin agyrlık merkeziniň koordinatasyny tapmaly we baş inersiýa momentlerini hasaplamaly.



10.1



10.2

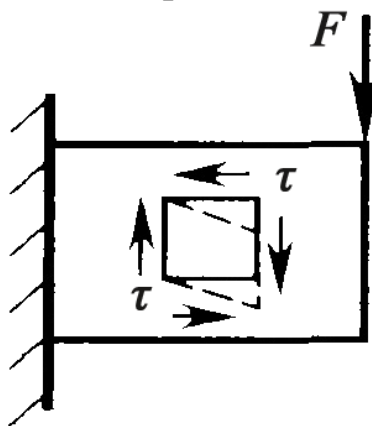


10.3

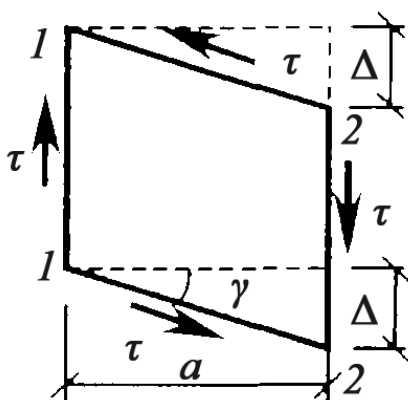
11-nji amaly sapak

BOLTLY WE BERÇINLEME BIRIKDIRMELERİŇ HASABY

Süýşme diýip, galtaşma dartgynlylygyň τ täsirinde pürsüň kiçi elementiniň ilki başdaky göni burçunyň üýtgemegini görkezýän deformasiýa düşünilýär (11.1-nji surat). Bu deformasiýanyň ösmesinde pürsi *kesilme* atly döwürmesine getirýär.



11.1-nji surat



11.2-nji surat

Süýşmäniň deformasiýasy kiçi elementiň (11.2-nji surat) 1 – 1 we 2 – 2 granyň özara orun üýtgemesi Δ arkaly bahalandyrylýar we oňa *absolýut süýşme* ýa-da has takyk *otnositel süýşme* γ diýilýär

$$\frac{\Delta}{a} = \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma, \quad (11.1)$$

bu ölçegsiz ululykdyr.

Kese-kesiginiň meýdany A boýunça galtaşma dartgynlylyk deňölçegli ýaýran hasap etsek, onda aşadaky formula bilen kesgitlenilýär:

$$\tau = \frac{Q}{A}, \quad (11.2)$$

bu ýerde Q – seredilýän kesikdäki kese güýç.

Maýşgaklyk çäklerinde galtaşma dartgynlylyk *otnositel süýşmä* göni proporsionaldyr

$$\tau = G\gamma \quad (11.3)$$

(11.3) formula *süýşmede Gukuň kanunydyr*; G – *süýşme moduly*, N/m^2 , kN/sm^2 , *süýşmede materialyň gatylygyny häsiýetlendirýär*.

Materialyň *süýşme moduly* G , boý maýşgaklyk moduly E we Puassonyň koeffisienti μ özara baglydyr

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

Süýşme deformasiýasynyň udel potensial energiýasy deňdir

$$U = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{\tau\gamma}{2}.$$

Süýşme nazaryýeti önümçilikde (praktikada), esasanam, boltlaryň, berçinleriň, şponkalaryň, kebşirleme tikinleriň we başga-da birikdirme elementleriň hasaplamasynda ulanylýar.

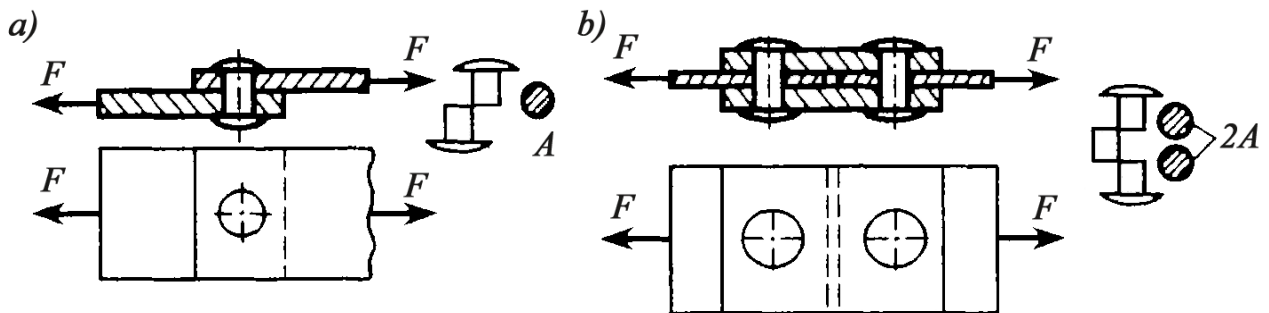
Boltly we berçinleme birikdirmeleriň hasaby

Bir boltuň ýa-da bir berçiniň kesme sanyna baglylykda olara *birkesmeli*, *ikikesmeli* we ş.m. diýilýär (11.3-nji a, b surat).

Olar ilki bilen kesmä berklik şertini kanagatlandyrmaly

$$\tau = \frac{Q}{an_s n} \leq \tau_{adm}, \quad (11.4)$$

bu ýerde Q – kese güýç, birikdirmä täsir edýän F güýje deňdir; τ_{adm} – rugsat berilýän gultaşma dartgynlyk (kesmä rugsat berilýän dartgynlyk); $A = \pi d^2/4$ – boltuň ýa-da berçiniň kese-kesiginiň hasaplama meýdany; d – berçiniň diametri ýa-da boltuň daşky diametri; n_s – bir boltuň ýa-da berçiniň kesme sany; n – boltlaryň ýa-da berçinleriň sany.



11.3-nji surat

Eger F , τ_{adm} , n_s mälim bolsa, onda boltlaryň ýa-da berçinleriň sanyny n berip kesmä berklik şertini üpjün etmek üçin gerek diametri kesgitlemek mümkindir

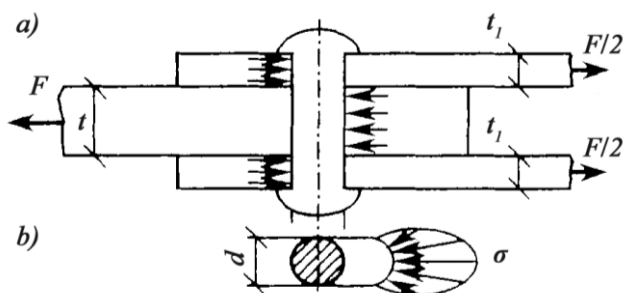
$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi n_s n \tau_{adm}}}. \quad (11.5)$$

d , F , τ_{adm} , n_s bilip, gerek bolan berçiniň ýa-da boltuň sanyny kesgitlemek bolýar

$$n \geq \frac{4F}{\pi d^2 n_s \tau_{adm}}. \quad (11.6)$$

Ikinjiden, berçinler ýa-da boltlar ýemşermä berklik şertini kanagatlandyrmaly. Ýemşirme diýip, birikdirmeleriň gultaşýan

üstlerinde döreyän plastiki deformasiýa düşünilýär (11.4-nji a surat). Bu ýagdaýda normal dartgynlylyk döreyär, olaryň galtaşýan üstlerinde ýaýraýyş kanuny ýeterlikçe çylşyrymlydyr (11.4-nji b surat).



11.4-nji surat

Ýemşermä sezewar bolýan meýdan aşakda berlen aňlatma deň diýip kabul edip, hasaplamaný ýeňilleşdirýäris

$$A_{con} = d \sum tn,$$

bu ýerde d – berçiniň (boltuň) diametri; n – olaryň sany; $\sum t$ – bir ugur boýunça ýemşerilýän elementleriň iň kiçi jemi galyňlygy. Ýemşeriji güýç

hökmünde kesme geçirýän F güýç alynýar.

Şunlukda, ýemşermä berklik şerti aşakdaky görnüşe eýe bolýar

$$\frac{F}{d \sum tn} \leq \sigma'_{con}, \quad (11.7)$$

bu ýerde σ'_{con} – ýemşermä rugsat berilýän dartgynlylyk.

Eger F , t , n , σ'_{con} ululyklar belli bolsa (11.7) şertden gerek diametri d tapmak mümkin

$$d \geq \frac{F}{\sum t \cdot n \sigma'_{con}}, \quad (11.8)$$

ýa-da talap edilýän berçin sanyny n kesgitlep bolýar

$$n \geq \frac{F}{\sum t \cdot d \sigma'_{con}}, \quad (11.9)$$

(11.5) we (11.8) formulalar boýunça hasaplanan diametrleriň iki bahasyndan ulusyny almaly, ony standart baha çenli tegeleklemeli. Edil şular ýaly (11.6) we (11.9) formulalar boýunça hasaplanan berçinleriň sanynyň iki bahasyndan ulusyny saýlamaly we ony uly bitin sana çenli tegeleklemeli.

Görkezme

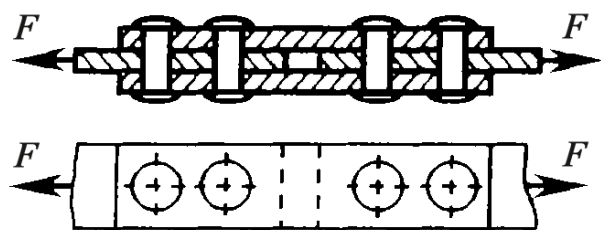
- Eger Q kese güýç berçinleme we boltly birikdirmeleriň agyrlık merkezinden täsir edýän bolsa, onda bu güýç berçinleriň ýa-da boltlaryň arasynda deňölçepli paýlanýar diýip kabul etmeli.
- Eger birikdirmä moment täsir edip, birikdirilen elementlerde süýşme döretse, onda boltlara ýa-da berçinlere güýjüň

paýlanylyşyny birikdirmäniň agyrlyk merkezinden seredilýän bolta ýa-da berçine çenli aralyga proporsional kabul edilýär.

- Bir bada süýşmä we süýnmä işleýän boltlary ýa-da berçinleri aýry-aýry süýşmä we süýnmä barlag geçirmeli.

Berçinleme birikmelerini hasaplamak üçin hödürülenýän usulyýet:

1. Birikmäniň seljermesinden berçiniň ýeriniň talap edilýän diametrini we kesme meýdançalarynyň sanyny anyklamaly.
2. Bir berçine düşýän güýji kesgitlemeli.
3. Berçiniň sanyny kesgitlemeli.
4. Berçiniň we deşiğiň üstüniň ýemşermä dartgynlylygyny barlamaly.
5. Gowşadylan kesikde polosanyň üzülmä berkligini barlamaly.



11.5-nji surat

Mesele 11.1. Iki listi iki nakladka arkaly birikdirmek üçin talap edilýän berçin sanyny hasaplamaly (11.5-nji surat). Berçiniň diametri $d = 4$ mm. Listleriň we berçinleriň materialy dýuralýumin, onuň $\tau_{adm} = 110$ MPa, $\sigma'_{con} = 310$ MPa.

Güýç $F = 35$ kN, listleriň we nakladkalaryň galyňlygy $t = 2$ mm.

Çözülişi. (11.6) we (11.9) formulalary ulanyp, talap edilýän berçin sanyny hasaplaýarys:

kesmä berklik şertinden:

$$n = \frac{4F}{\pi d^2 n_s \tau_{adm}} = \frac{4 \cdot 35 \cdot 10^3}{\pi \cdot 0,004^2 \cdot 2 \cdot 110 \cdot 10^6} = 13;$$

ýemşermä berklik şertinden

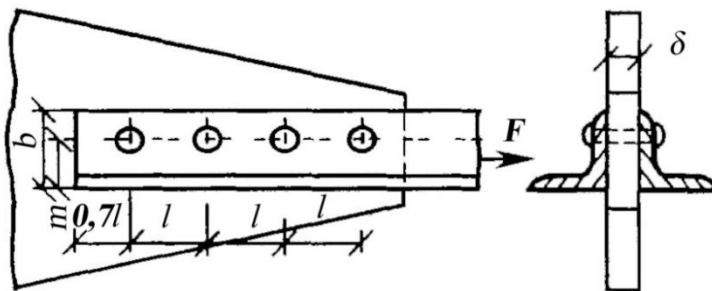
$$n = \frac{F}{\sum t d \sigma'_{con}} = \frac{35 \cdot 10^3}{0,002 \cdot 0,004 \cdot 310 \cdot 10^6} = 14.$$

Alnan netijelerden görşümüz ýaly biziň ýagdaýymyzda ýemşermä berklik şerti aýgytlaýjy bolup durýar. Şunlukda, 14 sany berçin almaly bolýar.

Mesele 11.2. Sterženi burçlaýyn fasonka birikdirmegiň hasaplamasyny geçirmeli (11.6-njy surat). Birikdirme diametri $d = 2$

sm bolan boltlar bilen amala aşyrylýar. Sterženiň kese-kesigi iki sany deňýanly burçluklardan durýar we ol $F = 300$ kN güýç arkaly süýndürilýär.

Fasonkanyň we burçlugyň materialy polat, onuň hasaplama garşylyklary aşakdakylara deňdir: süýnme üçin $\sigma_{adm}^t = 200$ MPa, süýşme üçin $\tau_{adm} = 160$ MPa, ýemşerme üçin $\sigma'_{con} = 400$ MPa. Fasonkanyň listiniň galyňlygyny hasaplamaly.



11.6-njy surat

Çözülişi. Ilki bilen sterženi düzýän deňýanly burçlugyň belgisini kesgitlemeli bolýar, onuň üçin süýnmä berklik şertinden kese-kesigiň gerek bolan meýdanyny A_{nec} kesgitlemeli

$$A_{nec} = \frac{F}{\sigma_{adm}^t} = \frac{300}{200 \cdot 10^3} = 0,0015 \text{ m}^2 = 15 \text{ sm}^2.$$

Sterženiň boltlar üçin deşikler arkaly gowşadyljakdygyny göz önünde tutup kese-kesigiň A_{nec} meýdanyna 15 % goşmaly bolýar. Netijede, kese-kesigiň meýdany $A = 1,15 \cdot 15 = 17,25 \text{ sm}^2$ bolýar, TDS 8508-86 (G.1-nji tablisa seret) laýyklykda bu meýdan iki sany ölçegleri $75 \times 75 \times 6$ mm bolan deňýanly burçlugyň kesigine gabat gelýär.

Kesmä hasaplama geçirýäris. (11.6) formulany ulanyp, boltlaryň gerek sanyny hasaplaýarys

$$n = \frac{4F}{\pi d^2 n_s \tau_{adm}} = \frac{4 \cdot 300}{3,14 \cdot 0,02^2 \cdot 2 \cdot 160 \cdot 10^3} = 3.$$

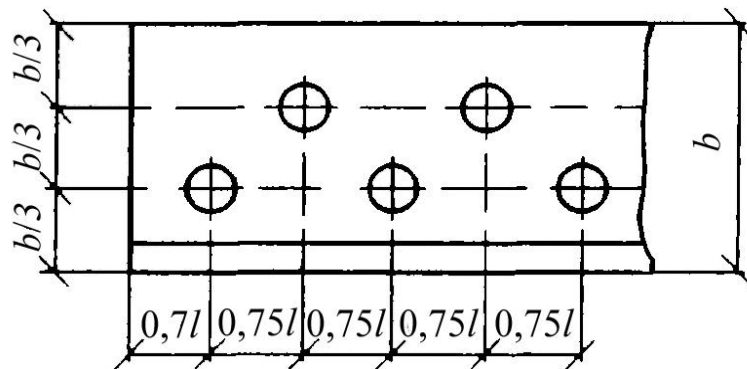
Boltlaryň bu sanynda durýarys we burçlaýyn fasonkanyň galyňlygyny δ ýemşermä berklik şertini (11.7) ulanyp kesgitleýäris

$$\delta = \frac{F}{n d \sigma'_{con}} = \frac{300}{3 \cdot 0,02 \cdot 400 \cdot 10^3} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,25 \text{ sm}.$$

Görkezme

- Boltlaryň (berçinleriň) bir hatarda ýerleşdirilişi aşakdaky şert boýunça tapylýar: $m = b/2 + 5$ mm. Biziň mysalymyzda (11.6-njy surat) $m = 75/2 + 5 = 42,5$ mm.

- Goňşy boltlaryň merkezleriniň arasyndaky iň kiçi aralyk $l = 3d$ deň kabul edilýär. Seredilýän meselede $l = 3 \cdot 20 = 60$ mm.
- Çetki boltlardan birikmäniň araçäğine çenli aralygy $l' = 0,7l$ deň kabul edilýär. Biziň mysalymyzda $l' = 0,7 \cdot 60 = 42$ mm.
- $b \geq 12$ sm şert ýerine ýetirilende, boltlary (berçinleri) iki çyzykda küşt yzygiderliginde ýerleşdirýärler (11.7-nji surat).

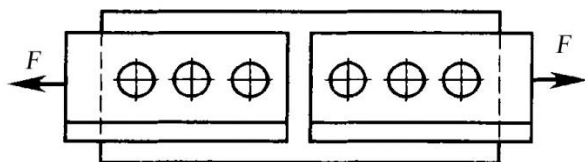


11.7-nji surat

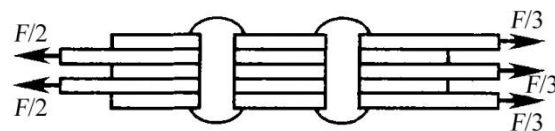
Meseleler

11.3. 11.1-nji meseläniň şertiniň birikdirmesinde nakladka diňe bir tarapynda bar diýip göz önünde tutup berçin sanyny hasaplamaly.

11.4. Iki steržen bir tarapyndan nakladka goýlyp, berçinleriň kömegi bilen birikdirilen we $F = 50$ kN güýç bilen süýndürilýär (11.8-nji surat). Her steržende berçin sany $n = 3$ deň, bir berçiniň diametri $d = 15$ mm. Sterženleriň kese-kesigi deňýanly burçluklar $70 \times 70 \times 8$ mm, nakladkanyň galyňlygy $\delta = 10$ mm. Eger materialyň hasaplama garşylyklary kesmä $\tau_{adm} = 100$ MPa we ýemşermä $\sigma'_{con} = 300$ MPa deň bolsa, birikdirmäniň berkligini barlamaly.



11.8-nji surat



11.9-nji surat

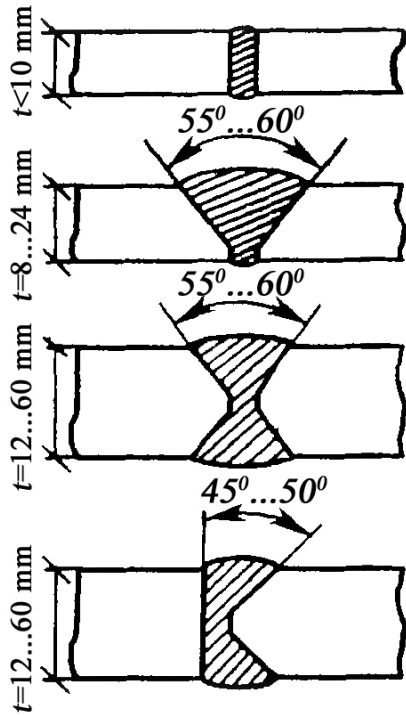
11.5. Galyňlygy 10 mm bolan baş polat list $F = 500$ kN güýç bilen 11.9-njy suratda görkezilişi ýaly ýüklenen. Eger berçiniň we listiň materialynyň hasaplama garşylyklary: kesmä $\tau_{adm} = 110$ MPa we ýemşermä $\sigma'_{con} = 310$ MPa deň bolsa, listleri birikdirýän $d = 2$ sm diametrli berçinleriň talap edilýän sanyny kesgitlemeli.

Barlag soraglary:

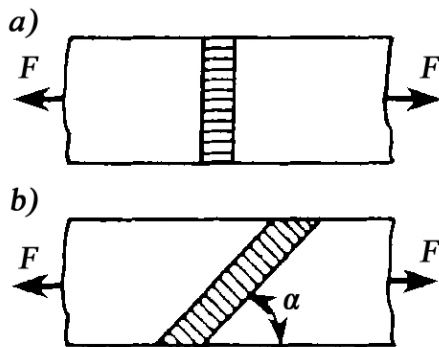
1. Süýşme diýip nähili deformasiýa aýdylýar?
2. Süýşmede galtaşma dartgynlylygy haýsy formulalar arkaly kesgitlenilýär?
3. G , E we ν arasyndaky baglanyşygy görkez.
4. Süýşmede deformasiýanyň udel potensial energiýasy nähili kesgitlenilýär?
5. Boltly (berçinli) birikmeler haýsy berklik şertlerini kanagatlandyrmaly?
6. Kesmä berklik şerti nähili ýazylýar?
7. Ýemşermä berklik şerti nähili ýazylýar?
8. Ýemşerme diýip nämä düşüňärsiňiz?

12-nji amaly sapak KEBŞIRLEME BIRIKMELERİN HASABY

Kebşirleme birikmeleriniň birnäçe görnüşleri bardyr. Çatyrym birikdirmede birikdirilýän elementleriniň arasyndaky yş erän metal bilen doldurylýar. Birikdirilýän elementleriniň galyňlygyna baglylykda çatyrym_tikinleriniň kesikleriniň görnüşleri 12.1-nji suratda görkezilen. Täsir edýän güýjüň ugruna baglylykda tikiňleri göni we gyýa görnüşlere bölýärler (12.2-nji surat).



12.1-nji surat



12.2-nji surat

Kebşirleme tikiňleriniň berkligi olaryň hasap garşylygy bilen häsiýetlendirilýär. Göni çatyrym tikiňleriniň hasaplamasynyň esasynda süýnmä ýa-da gysylma berklik şerti durýar

$$\sigma = \frac{F}{l_w t} \leq \sigma_w, \quad (12.1)$$

bu ýerde l_w – kebşirleme tikiňiniň hasap uzynlygy; t – birikdirilýän elementleriniň galyňlyklarynyň iň kiçisi; σ_w – kebşirleme birikmeleriniň süýnmä ýa-da gysylma rugsat edilýän dartgynlylygy.

Polat detallar kebşirlenende $\sigma_w = \sigma_{adm}$ kabul edilýär.

Kebşirlenen tikiňiniň ahyrlaryndaky kemçiligini göz önünde tutup (12.1) formula boýunça hasaplanan uzynlygyň her tarapyna 1 sm goşup ahyrky uzynlyk bellenilýär.

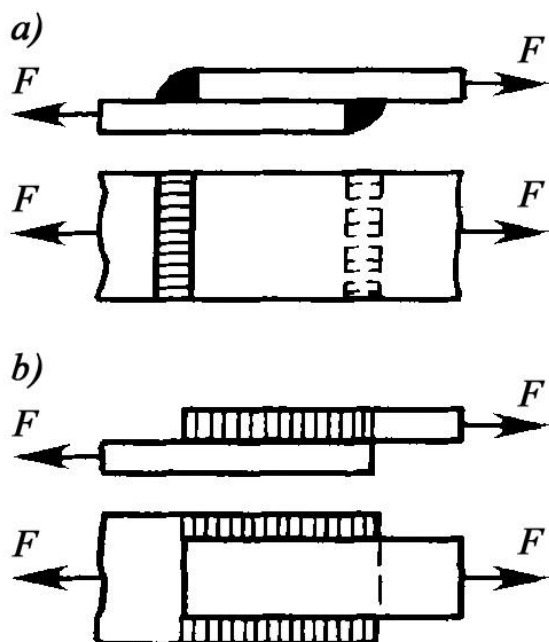
Gyýa çatyrym tikiňleriniň hasaplamasynyň esasynda: tikiňe perpendikulýar ugurda süýnmä (gysylma) berklik şerti:

$$\sigma = \frac{F \sin \alpha}{l_w t} \leq \sigma_w; \quad (12.2)$$

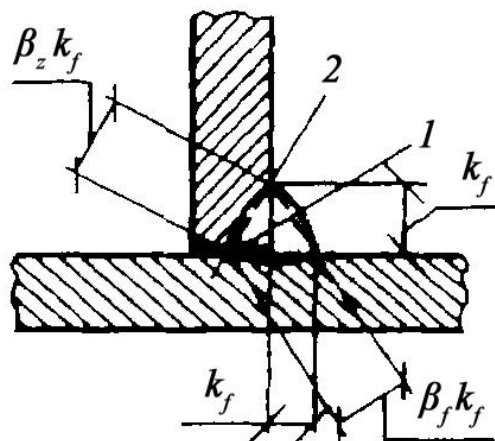
tikiňiniň ugry boýunça kesmä berklik şerti:

$$\tau = \frac{F \cos \alpha}{l_w t} \leq \tau'_{adm}, \quad (12.3)$$

bu ýerde τ'_{adm} – kebşirlenen birikmäniň kesmä rugsat berilýän dartgynlylygy.



12.3-nji surat



12.4-nji surat

Üst-üstüne goýlup kebşirlenýän birikmeler burçly tikiň kömegi arkaly ýerine ýetirilýär, bu tikiň maňlaý (12.3-nji a surat) we gapdal (12.3-nji b surat) bolýarlar. Üst-üstüne goýlup kebşirlenýän birikmelerde burçly tikiň kesilmä hasaplamasy iki kesik boýunça (12.4-nji surat) geçirilýär: tikiň metaly boýunça (1-nji kesik) we ereme araçägiň metaly boýunça (2-nji kesik). 1-nji kesik üçin berklik şerti aşakdaky görnüşde ýazylýar

$$\tau = \frac{F}{l_w \beta_f k_f} \leq \tau'_{adm}, \quad (12.4)$$

2-nji kesik üçin bolsa

$$\tau = \frac{F}{l_w \beta_z k_f} \leq \tau_{adm}. \quad (12.5)$$

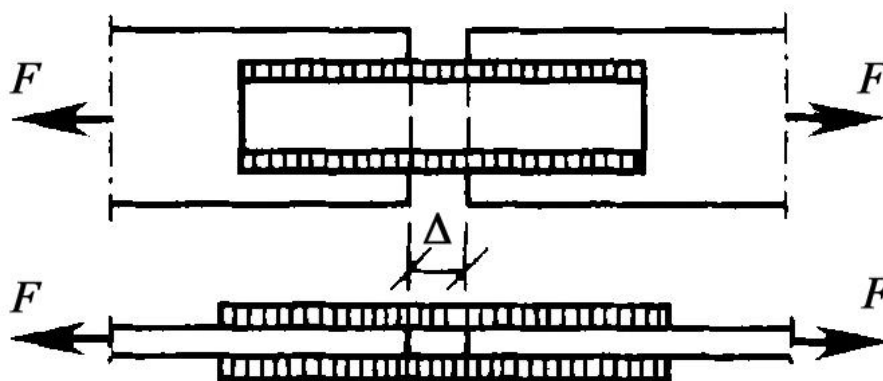
Bu formulalarda: l_w – tikiň hasap uzynlygy, onuň umumy uzynlygyndan 1 sm kiçi kabul edilýär; β_f we β_z – koeffisientler, kebşirlenýän elementleriň materialynyň berkligine we kebşiriň görnüşine baglylykda 0,7-den 1,5 çenli kabul edilýär; τ'_{adm} we τ_{adm} – laýyklykda tikiň metaly we ereme araçägiň metaly boýunça kesilmä rugsat berilýän dartgynlylyk; k_f – kebşir tikiň katetiniň uzynlygy.

(12.4) we (12.5) formulalar boýunça hasaplanan iki uzynlyklardan l_w ulusy saýlanylýar. Birikdirmäniň konstruktiv aýratynlyklaryna baglylykda hasaplama uzynlygy birnäçe böleklere bölünen bolup bilýär. Bu ýagdaýlarda kebşirläp sep ýerlerini doldurmazlygy hasaba alyp her bölegiň uzynlygynyň ahyrlaryna 1 sm goşmaly bolýar.

Kebşirleme birikmelerini hasaplamak üçin hödürülen usulyet:

1. Kebşirleme birikmäniň görnüşini kesgitlemeli we tikiniň hasaplama beýikligini hasaplamaly.
2. Ýüklemäniň häsiýetine baglylykda rugsat edilýän dartgynlylygy saýlamaly.
3. Laýyk gelýän formulalary ulanyp kebşirleme birikmäniň hasaplamasyny geçirmeli.

Mesele 12.1. $F = 500$ kN güýç bilen süýndürilýän polat listleri iki tarapdan iki nakladkanyň kömegi bilen birikdirmek üçin talap edilýän gapdal kebşir tikiniň uzynlygyny kesgitlemeli (12.5-nji surat). Hasaplama garşylyklary: tikiniň metalyny kesme üçin $\tau'_{adm} = 180$ MPa, ereme araçäginiň metaly üçin $\tau_{adm} = 160$ MPa. Koeffisientler aşakdaky baha eýedirler: $\beta_f = 0,7$; $\beta_z = 1,0$. Kebşir tikiniň katetiniň uzynlygy $k_f = 0,8$ sm. Δ yşy hasaba almaly däl.



12.5-nji surat

Çözülişi. Bir nakladkanyň her tarapyndan iki gapdal tikiniň gerek uzynlygyny (12.4) we (12.5) formulalary ulanyp hasaplaýarys.

Tikiniň metalynyň kesmä berklik şertinden (12.4) alýarys:

$$l_w = \frac{0,5F}{\beta_f k_f \tau'_{adm}} = \frac{0,5 \cdot 500}{0,7 \cdot 0,008 \cdot 180 \cdot 10^3} = 0,248 \text{ m} \approx \\ \approx 0,25 \text{ m} = 25 \text{ sm.}$$

Ereme araçäginiň metalynyň kesmä berklik şertinden (12.5) alýarys:

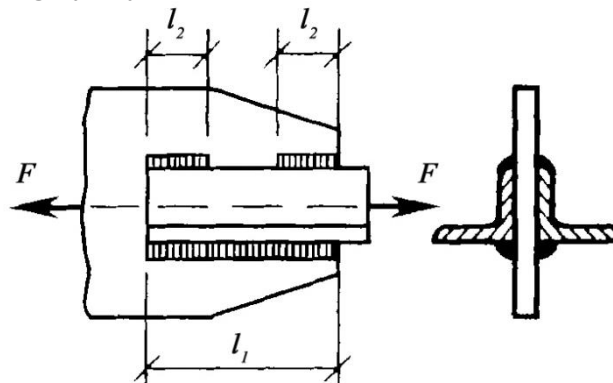
$$l_w = \frac{0,5F}{\beta_z k_f \tau_{adm}} = \frac{0,5 \cdot 500}{1 \cdot 0,008 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,195 \text{ m} \approx \\ \approx 0,20 \text{ m} = 20 \text{ sm.}$$

Iki hasaplama uzynlyklardan ulusyny kabul edýäris, ýagny $l_w = 25 \text{ sm}$. Bir tikiniň hasaplama uzynlygy (nakladkalaryň bir tarapy) $l_{w1} = l_w/2 = 25/2 = 12,5 \text{ sm}$ bolar. Bir tikiniň konstruktiv uzynlygy $l_{w1} + 2 = 12,5 + 2 = 14,5 \text{ sm}$ bolýar.

Meseleler

12.2. Iki sany $63 \times 63 \times 6$ deňýanly burçlugyň hersini fasonka birikdirmek üçin gerek bolan gapdal burç tikiniň uzynlygyny kesgitlemeli (12.6-njy surat). Bu iki burçlukdan düzülen steržen uzaboýuna $F = 240 \text{ kN}$ süýndüriji güýjüň täsirine sezewar bolýar. Hasaplama garşylyklary: tikiniň metalynyň kesilmesine $\tau'_{adm} = 75 \text{ MPa}$, ereme araçäginiň metalyna $\tau_{adm} = 100 \text{ MPa}$. Koeffisientler aşakdaky baha eýedirler: $\beta_f = 0,7$; $\beta_z = 1,0$. Kebşir tikiniň katetiniň uzynlygy $k_f = 0,8 \text{ sm}$ deňdir.

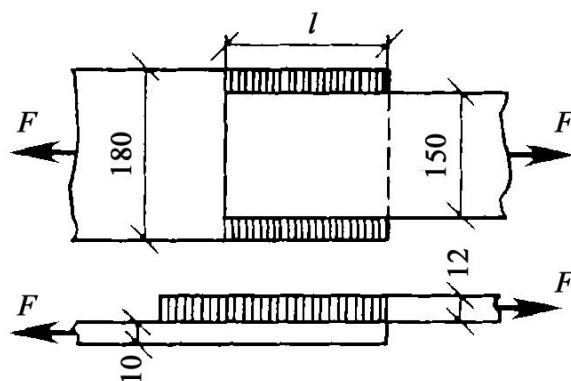
Görkezme. $F_1 = F/2$ güýç her burçlugyň burçuna ýakyn agyrlyk merkezinde goýlan, şonuň üçin tikiniň uzynlyk boýunça deňölçegli işlemeklik maksady bilen burçlugyň burçly tarapyna adatça umumy hasaplama uzynlygynyň 70% düzýän l_1 uzynlykly tikin goýulýar. Galan 30% tekje tarapynda iki meňzeş bölekler arkaly $l_2/2$ uzynlykdaky tikin goýulýar.



12.6-njy surat

12.3. Göni kebşir tikini arkaly çatyrym birikdirilen listiň kabul edip biljek süýndüriji güýjüniň ululygyny kesgitlemeli. Listiň galyňlygy $t = 10$ sm, ini $b = 10$ sm. Tikiniň metalynyň hasaplama garşylygy $\sigma_w = 170$ MPa.

12.4. Iki list üst-üstüne goýlup gapdal tikiň kömegi bilen birikdirilen we $F = 252$ kN güýç bilen süýndürilen (12.7-nji surat). Tikiniň gerek uzynlygyny kesgitlemeli, eger kesmä hasaplama garşylyklary aşakdaka deň bolsa: tikiň metaly üçin $\tau'_{adm} = 80$ MPa, ereme araçägiň metalyna $\tau_{adm} = 100$ MPa. Listleriň kese-kesiginiň ölçegleri 12.7-nji suratda mm görkezilen. Kebşir tikiniň katetiniň uzynlygy $k_f = 1$ sm. Koeffisientler aşakdaky baha eýedirler: $\beta_f = 0,7$; $\beta_z = 1,0$.



12.7-nji surat

13-nji amaly sapak

TOWLANMA. STATIKI KESGITLENÝÄN MESELELER

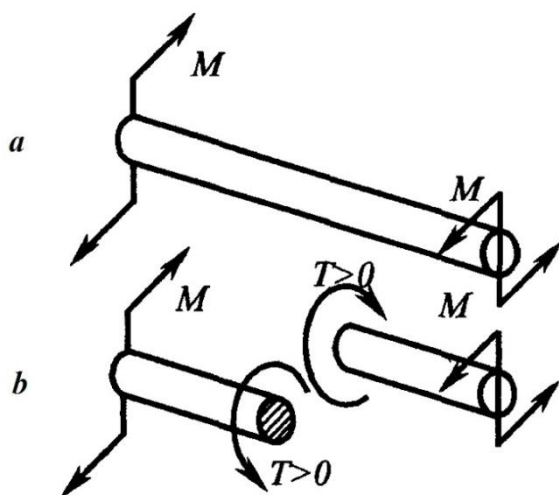
Sterženiň okuna perpendikulýar tekizlikde ýerleşen jübüt güýçler (13.1-nji *a* surat), oňa täsir edende döreýän deformasiýa – *towlanma* diýilýär. Towlanma işleýän tegelek we halka kesikli sterženlere *wallar* diýilýär. Wallar hasaplananda adatça wala geçirilýän kuwwat belli bolýar, daşky towlaýjy momentleriň ululygy bolsa kesgitlemäge degişlidir. Nazary mehanikadan towlaýjy moment M , N·m, kuwwat (sekundaky iş) P , N·m·s⁻¹ we wal üçin minutdaky aýlaw sany n arasyndaky baglanyşyk bellidir, ýagny

$$M = \frac{30}{\pi \cdot n} P. \quad (13.1)$$

Eger kuwwat kilowattda berlen bolsa, onda towlaýjy momentiň ululygy aşakdaky formula arkaly kesgitlenýär

$$M = \frac{30570}{\pi \cdot n} P. \quad (13.2)$$

Towlaýjy momentler we olaryň epýury

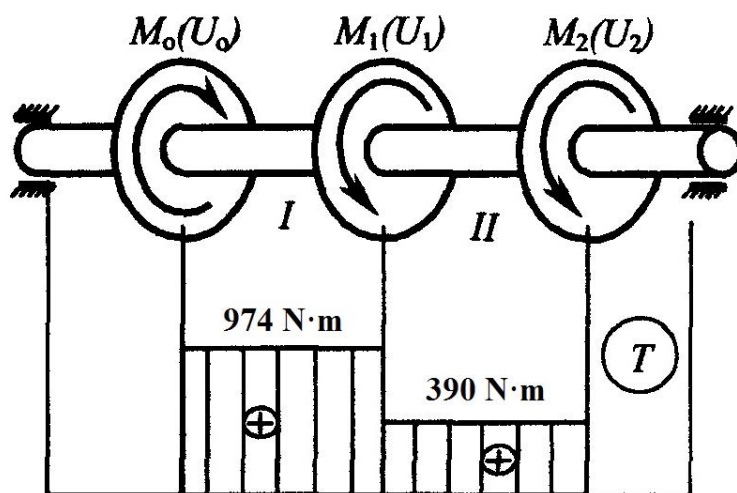


13.1-nji surat

ol položitel hasap edilýär (13.1-nji *b* surat), eger-de sagat diliniň ugruna bolsa – otrisatel hasap edilýär.

Towlanýan walyň kesiginde içki *towlaýjy momentleri* T döreýär. Olar kesme usuly esasynda kesgitlenilýär: içki towlaýjy moment bir taraplaýyn daşky momentleriň algebraik jemine deň. Towlaýjy momentleriň epýury gurlanda indiki alamatlar düzgüni kabul edilýär: walyň kesilen kesigine tarap seredende bu kesikde täsir edýän momentiň ugry sagat diliniň tersine ugrukdyrylan bolsa, onda

13.1-nji mesele. Wal $n = 100$ aýl/min edende hereketlendiriji şkiwden $P_0 = 10$ kWt kuwwat geçirilýär. Iki sany herekete getirilýän şkiwlerden $P_1 = 6$ kWt we $P_2 = 4$ kWt kuwwat alynýar (13.2-nji surat). Bu wal üçin towlaýjy momentniň T epýuryny gurmaly.



13.2-nji surat

Çözülişi. Daşky towlaýjy momentleriň ululygy (13.2) formula arkaly kesgitlenilýär:

$$M_0 = \frac{30570}{3,14 \cdot 100} 10 = 974 \text{ N}\cdot\text{m};$$

$$M_1 = \frac{30570}{3,14 \cdot 100} 6 = 584 \text{ N}\cdot\text{m};$$

$$M_2 = \frac{30570}{3,14 \cdot 100} 4 = 390 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

Wal iki bölege bölünýär, olaryň araçäkleri bolsa daşky momentleriň goýlan ýeri bolýar. Kesme usulyny we ýokarda getirilen alamatlar düzgünini peýdalanyp birinji we ikinji böleklerde towlaýjy momenti T hasaplaýarys

$$T_1 = M_0 = 974 \text{ N}\cdot\text{m}; T_2 = M_0 - M_1 = 974 - 584 = 390 \text{ N}\cdot\text{m}.$$

Towlaýjy momentniň epýury 13.2-nji suratda getirilen. ■

Wallaryň dartgynlylygynyň we deformasiýasynyň hasaby

Towlanmada walyň kesiginde diňe galtaşma dartgynlylygy täsir edýär, ol aşakdaky formula boýunça hasaplanylýar:

$$\tau = \frac{T}{I_p} \rho, \quad (13.3)$$

bu ýerde ρ – kesigiň seredilýän nokatlarynyň radiusy; I_p – kesigiň polýar inersiýa momenti.

(13.3) formuladan gelip çykýar, ýagny $\rho = 0$ bolanda $\tau = 0$ alýarys we $\rho = \rho_{\max} = R$ bolanda

$$\tau_{\max} = \frac{T}{I_p} \rho_{\max} = \frac{T}{I_p} R = \frac{T}{W_p}, \quad (13.4)$$

bu ýerde $W_p = I_p / \rho_{\max} = I_p / R$ – kesigiň polýar garşylyk momenti.

Towlanmanyň deformasiýasy towlanma burçy φ bilen häsiýetlendirilýär, ol bolsa umumy ýagdaýda formula arkaly kesgitlenilýär

$$\varphi = \int_0^l \frac{T(x)}{GI_p} dx,$$

hususy ýagdaýda, haçan-da $GI_p = \text{const}$, $T = \text{const}$, aşakdaky formula boýunça

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p}. \quad (13.5)$$

Bu formulalarda l – walyň towlanýan kesikleriniň arasy. Hasaplamalarda otnositel towlanma burçy diýip atlandyrylýan ululyk giňden ulanylýar, ýagny $\theta = \varphi / l$. (13.5) formuladan alýarys

$$\theta = \frac{T}{GI_p}. \quad (13.6)$$

Hakykatyna seredende towlanma deňölçeşsiz süýşme bolup durýanlygyna garanda, towlanmada Gukuň kanuny şu görnüşe eýe bolar

$$\tau = G\gamma = G\theta\rho. \quad (13.7)$$

Udel potensial energiýa aşakdaky formula arkaly hasaplanylýar

$$u = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{\tau\gamma}{2},$$

doly energiýa bolsa indiki aňlatmadan tapylýar

$$U = \int_0^l \frac{T^2(x) dx}{2GI_p}.$$

hususy ýagdaýda, haçan-da $GI_p = \text{const}$, $T = \text{const}$, potensial energiýa üçin aňlatma aşakdaky görnüşe eýe bolar

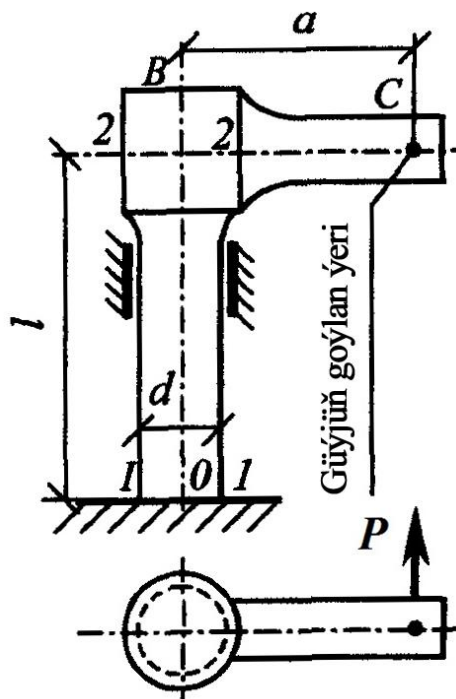
$$U = \frac{T^2 l}{2GI_p}. \quad (13.8)$$

13.2-nji mesele. Tirsekli polat wal OBC (13.3-nji surat) BC egnine $F = 100 \text{ N}$ güýji kabul edýär. Uzynlygy $l = 20 \text{ mm}$ we diametri $d = 8 \text{ mm}$ bolan OB egin üçin iň uly galtaşma dartgynlylygy hem-de tovlanma burçuny tapmaly. Maýyşgaklyk moduly $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, F güýjüň a egni 20 mm deň.

Çözülişi. Daşky momentiň ululygyny kesgitleýäris:

$$M = Fa = 100 \cdot 0,02 = 2 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

OB elemente başga hiç-hili daşky güýçler goýulmanlygy üçin, içki towlaýjy moment $T = M = 2 \text{ N} \cdot \text{m} = 200 \text{ N} \cdot \text{sm}$ deň bolýanlygy mese-mälimdir.



13.3-nji surat

Galtaşma dartgynlylygy we tovlanma burçuny hasaplamak üçin OB elementiň kesiginiň geometriki häsiýetlerini tapmak gerek bolýar. Polýar garşylyk momentini hasaplaýarys

$$W_p = \pi R^3/2 = 3,14 \cdot 0,4^3/2 = 0,1 \text{ sm}^3.$$

Polýar inersiýa momentini hasaplaýarys

$$I_p = \pi R^4/2 = 3,14 \cdot 0,4^4/2 = 0,04 \text{ sm}^4.$$

Iň uly galtaşma dartgynlylygy (13.4) formula arkaly kesgitleýäris

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_p} = \frac{200}{0,1} = 2000 \frac{\text{N}}{\text{sm}^2} = 20 \text{ MPa}.$$

2–2 kesigiň 1–1 kesige görä tovlanma burçuny tapýarys. (13.5) formula laýyklykda alýarys

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_p} = \frac{2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,04 \cdot 10^{-8}} = 1,57 \cdot 10^{-3} \text{ rad} = 0,09 \text{ grad.} \blacksquare$$

Tegelek we halka kesikli wallaryň berklige we gatylyga hasaplanysy

Wallar hasaplananda olaryň berklik we gatylyk şertlerini kanagatlandyrmagy talap edilýär. Berklik şerti, (13.4) formula arkaly hasaplanan iň uly galtaşma dartgynlylyklar, walyň materialy üçin

towlanma rugsat edilýän dartgynlylygyndan τ_{adm} kiçi ýa-da çäkli ýagdaýda deň bolmaklygy talap edilýär, ýagny

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\rho}} \leq \tau_{adm}. \quad (13.9)$$

Gatylyk şerti, (13.5) formula arkaly hasaplanan in uly otnositel towlanma burçy $\theta_{\max}$, walyň birlik uzynlygynyň rugsat edilýän towlanma burçundan kiçi ýa-da çäkli ýagdaýda deň bolmaklygy talap edilýär, ýagny

$$\theta = \frac{T}{GI_{\rho}} \leq \theta_{adm}, \left[\frac{\text{rad}}{\text{m}} \right]. \quad (13.10)$$

(13.9) formuladan berkligi üpjün eder ýaly kesigiň gerek polýar garşylyk momentini şeýle hem walyň diametrini tapmak bolar, ýagny $W_{\rho} = T/\tau_{adm}$, ýöne $W_{\rho} = 0,2d^3$, onda

$$d_{str} = \sqrt[3]{\frac{5T}{\tau_{adm}}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{\tau_{adm}}}. \quad (13.11)$$

(13.10) formuladan kesigiň gerek polýar inersiýa momentini tapmak bolar

$$I_{\rho} = \frac{T}{G\theta_{adm}}.$$

Bu formulada rugsat edilýän otnositel towlanma burçy θ_{adm} radianda aňladylan bolmaly; eger bu burç gradusda berlen bolsa, onda I_{ρ} kesgitlemek üçin gatnaşyk aşakdaky görnüşe eýe bolar:

$$I_{\rho} = \frac{T}{G\theta_{adm}^{\circ}} \cdot \frac{180}{\pi},$$

ýöne $I_{\rho} = 0,1d^4$, onda

$$d_{stif} = \sqrt[4]{\frac{10T}{G\theta_{adm}^{\circ}} \cdot \frac{180}{\pi}}, \quad (13.12)$$

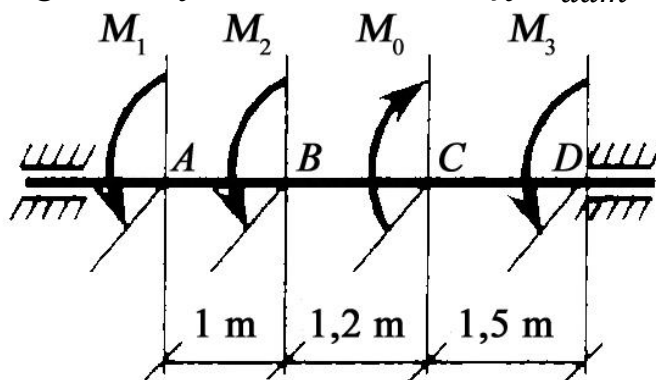
(13.11) we (13.12) formulalar arkaly hasaplanan iki diametrden, ahyrky netije görnüşinde ulusy saýlanylýar we ol bolsa, adaty bitin millimetrlere çenli tegelenýär.

Halka kesikli wallaryň ölçegleri hasaplananda, olaryň içki d_i we daşky d_e diametrleriň berlen baglanyşygynda, ýagny $k = d_i/d_e$ berlen parametrde, (13.11) we (13.12) formulalar görnüşlere eýe bolar

$$d_{str} = \sqrt[3]{\frac{5T}{(1-k^4)\tau_{adm}}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{(1-k^4)\tau_{adm}}} \quad (13.13)$$

$$d_{stif} = \sqrt[4]{\frac{10T}{G\theta_{adm}^\circ} \cdot \frac{180}{(1-k^4)\pi}} \quad (13.14)$$

13.3-nji mesele. Tegelek kesikli polat wal dört sany daşky towlaýjy momentler bilen ýüklenen, ýagny $M_1 = 0,3 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $M_2 = 0,6 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $M_3 = 1,5 \text{ kN}\cdot\text{m}$, $M_0 = 2,4 \text{ kN}\cdot\text{m}$ (13.4-nji surat). Walyň bölekleri boýunça gerek diametri tapmaly. Walyň materialy polat, $G = 8 \cdot 10^4 \text{ MPa}$, towlanma rugsat edilýän dartgynlylyk $\tau_{adm} = 30 \text{ MPa}$, rugsat edilýän towlanma burçy $\theta_{adm}^\circ = 0,3 \text{ grad/m}$.



13.4-nji surat

Çözülişi. Ilki bilen towlaýjy momentleriň epýury gurulýar. Bölekler boýunça towlaýjy momentleriň bahasy aşakdaka deňdir:

$$\begin{aligned} T_1 &= -M_1 = -0,3 \text{ kN}\cdot\text{m}; \\ T_2 &= -M_1 - M_2 = -0,9 \text{ kN}\cdot\text{m}; \\ T_3 &= -M_1 - M_2 + M_0 = 1,5 \text{ kN}\cdot\text{m}. \end{aligned}$$

Soňra berklik şertinden, ýagny (13.11) formulany peýdalanyp, walyň bölekleri boýunça diametrlerini hasaplaýarys:

$$d_{1,str} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 0,3}{30 \cdot 10^3}} = 0,03684 \text{ m};$$

$$d_{2,srt} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 0,9}{30 \cdot 10^3}} = 0,05313 \text{ m};$$

$$d_{3,str} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 1,5}{30 \cdot 10^3}} = 0,063 \text{ m}.$$

Indi gatylyk şertinden, ýagny (13.12) formulany peýdalanyp, walyň bölekleri boýunça diametrlerini hasaplaýarys:

$$d_{1,stif} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 0,3 \cdot 180}{8 \cdot 10^7 \cdot 0,3 \cdot 3,14}} = 0,052 \text{ m};$$

$$d_{2,stif} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 0,9 \cdot 180}{8 \cdot 10^7 \cdot 0,3 \cdot 3,14}} = 0,0686 \text{ m};$$

$$d_{3,stif} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 1,5 \cdot 180}{8 \cdot 10^7 \cdot 0,3 \cdot 3,14}} = 0,0778 \text{ m}.$$

Ahyrky netije hökmünde gatylyk şertinden hasaplanan diametrleriň bahalaryny kabul etmeli. Şunlukda, walyň diametrleriň ahyrky ölçegleri aşakdaky görkezijä deňdir: $d_1 = 52 \text{ mm}$; $d_2 = 69 \text{ mm}$; $d_3 = 78 \text{ mm}$. ■

13.4-nji mesele. 13.3-nji meselede berlen wal (13.4-nji surat) üçin bölekler boýunça diametrleriň bahalaryny hasaplamaly, eger-de walyň kese-kesigi halka şekilli bolsa we onuň diametrleriniň baglanyşygy $k = d_i/d_e = 0,8$ bolsa.

Çözülişi. (13.13) we (13.14) formulalara T_i , τ_{adm} , G , $\theta_{adm}^\circ = 0,3$ grad/m we k berlen bahalaryny goýup alýarys:

$$d_{1,str} = 4,44 \cdot 10^{-2} \text{ m}; d_{2,str} = 6,36 \cdot 10^{-2} \text{ m}; d_{3,str} = 7,56 \cdot 10^{-2} \text{ m};$$

$$d_{1,stif} = 5,94 \cdot 10^{-2} \text{ m}; d_{2,stif} = 7,84 \cdot 10^{-2} \text{ m}; d_{3,stif} = 8,88 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Şunlukda, boş walyň bölekleri boýunça daşky diametrlerini gatylyk şertinden kabul edýäris, ýagny $d_{1,e} = 60 \text{ mm}$, $d_{2,e} = 79 \text{ mm}$, $d_{3,e} = 89 \text{ mm}$. Içki hasaplama diametrler $d_{1,i} = 0,8 \cdot 60 = 48 \text{ mm}$, $d_{2,i} = 63 \text{ mm}$, $d_{3,i} = 71 \text{ mm}$ bolar.

Bellik. Adatça boş walyň içki kanaly hemişelik diametrde taýýarlanylýar we onuň diametri hökmünde hasaplanarlardan kiçisi kabul edilýär, ýagny biziň meselämizde $d_i = d_{1,i} = 48 \text{ mm}$ bolýar. Bu ýagdaýda käbir bölekleriň diametrleriniň k baglanyşygy berlenden birnäçe tapawutlanar. ■

13.5-nji mesele. Basgançakly üýtgeýän diametrli göniçyzykly tegelek kesikli polat sterženiň bir uýy jebis berkidilen we üç sany daşky towlaýjy momentler $M_1 = 2M$, $M_2 = 1,5M$, $M_3 = M$ bilen ýüklenen (13.5-nji a surat). Bu ýerde $M = 20 \text{ kN} \cdot \text{m}$ deňdir. Sterženiň towlaýjy momentleriň T , absolýut φ we otnositel θ towlanma burçlaryň hem-de uzaboýuna böleklerindäki kesiklerinde in uly galtaşma dartgynlylygyň epýurlaryny gurmaly. Berklik we gatylyk şertlerinden bitewi sterženiň her bölegi üçin diametrini saýlamaly, hasaplamalarda: süýşme moduly $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, sterženiň materialynyň (polat) towlanma rugsat edilýän dartgynlylygy

$\tau_{adm} = 100$ MPa, rugsat edilýän otnositel towlanma burçy $\theta_{adm}^{\circ} = 0,4$ grad/m kabul etmeli. Bölekleriň uzynlygy we polýar inersiýa momentleri 13.5-nji *a* suratda görkezilen.

Çözülişi. Steržende sanlar bilen häsiýetli kesikleri belgileýäris. *II* we *III* bölekler üçin alýarys

$$I_{p,II} = I_{p,III} = I_p = \frac{\pi d^4}{32};$$

$$W_{p,II} = W_{p,III} = W_p = \frac{\pi d^3}{16},$$
(a)

bu ýerde *d* arkaly sterženiň bu bölekleriň çägendäki diametri belgilenen. *I* bölek üçin alýarys:

$$I_{p,I} = \frac{\pi d_I^4}{32} = 2I_p = 2 \frac{\pi d^4}{32},$$

bu ýerden tapýarys

$$d_I = 2^{1/4} d = 1,19d$$
(b)

Mundan başga,

$$W_{p,I} = \frac{\pi d_I^3}{16} = \frac{\pi}{16} 2^{3/4} d^3 = \frac{\pi}{16} 1,19^3 d^3 = 1,68W_p.$$
(ç)

Erkin ujundan başlap bölekler boýunça içki towlaýjy momentleri kesgitleýäris:

$$T_{III} = -M_3 = -M;$$

$$T_{II} = -M_3 + M_2 = -M + 1,5M = 0,5M;$$

$$T_I = -M_3 + M_2 - M_1 = -M + 1,5M - 2M = -1,5M.$$

Towlaýjy momentleriň *T* epýuryny gurýarys (13.5-nji *b* surat).

(13.4) formulany ulanyp bölekler boýunça iň uly galtaşma dartgynlylygy kesgitleýäris:

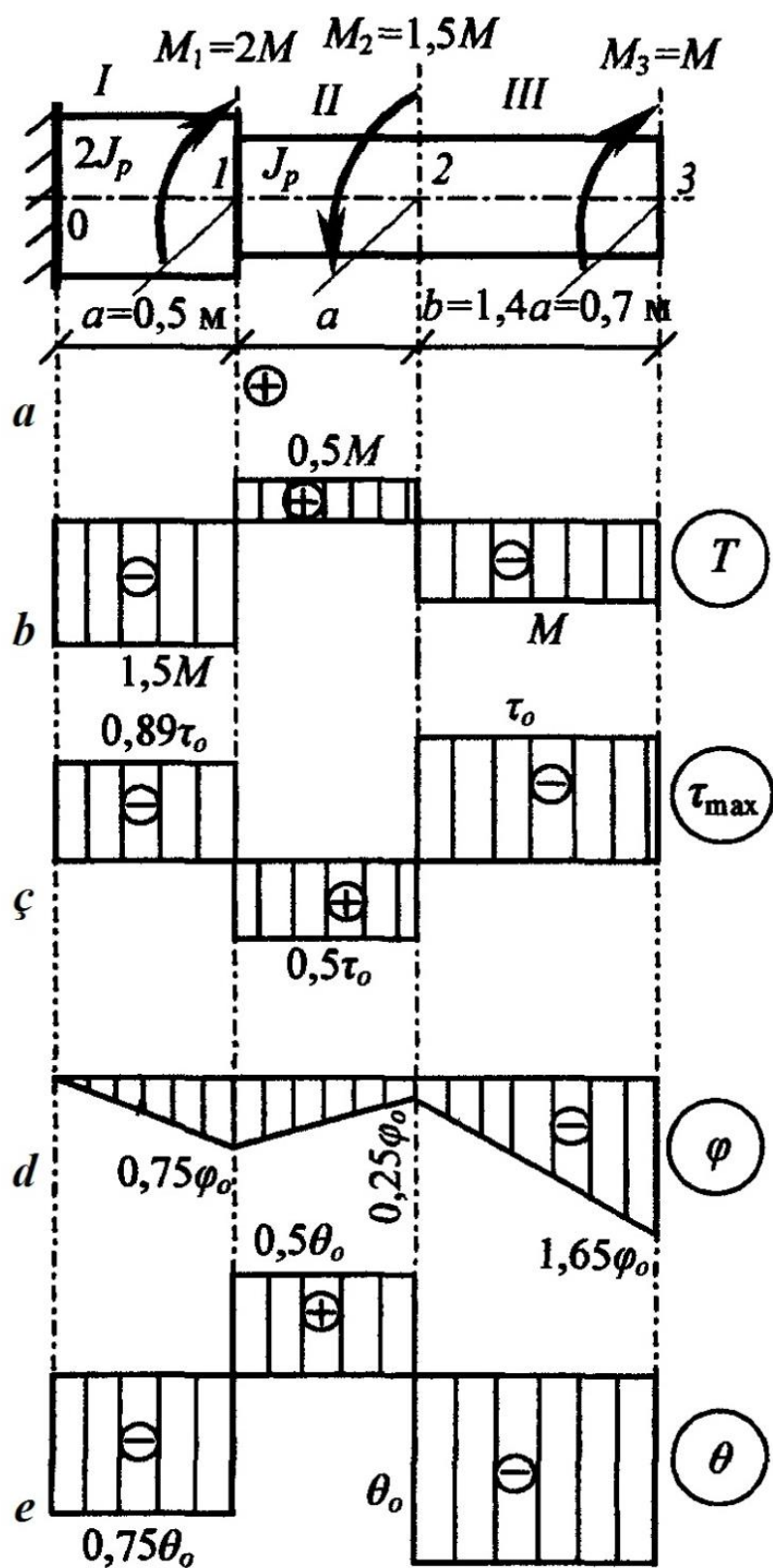
$$\tau_{max,I} = \frac{-1,5M}{W_{p,I}} = -\frac{1,5M}{1,68W_p} = -0,89 \frac{M}{W_p} = -0,89\tau_0;$$

$$\tau_{max,II} = \frac{0,5M}{W_{p,II}} = 0,5 \frac{M}{W_p} = 0,5\tau_0;$$

$$\tau_{max,III} = -\frac{M}{W_{p,III}} = -\frac{M}{W_p} = -\tau_0.$$

Soňky formulalarda aşadaky belgilenme girizildi

$$\tau_0 = \frac{M}{W_p}.$$
(d)



13.5-nji surat

Sterženiň uzynlygy boýunça in uly galtaşma dartgynlylygyň epýuryny gurýarys (13.5-nji ç surat).

(13.5) formulany ulanyp bölekler boýunça towlanma burçuny kesgitleýäris:

$$\varphi_I = \frac{-1,5Ma}{G2I_p} = -0,75 \frac{Ma}{GI_p} = -0,75\varphi_0;$$

$$\varphi_{II} = \frac{0,5Ma}{GI_p} = 0,5\varphi_0;$$

$$\varphi_{III} = -\frac{Mb}{GI_p} = -\frac{M \cdot 1,4a}{GI_p} = -1,4\varphi_0,$$

bu ýerde täze belgilenme

$$\varphi_0 = \frac{Ma}{GI_p} \quad (e)$$

girizildi.

Sterženiň häsiýetli kesikleriniň towlanma burçuny hasaplaýarys:

$$\varphi_0 = 0;$$

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \varphi_I = -0,75\varphi_0;$$

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_{II} = -0,75\varphi_0 + 0,5\varphi_0 = -0,25\varphi_0;$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_{III} = -0,25\varphi_0 - 1,4\varphi_0 = -1,65\varphi_0.$$

Alnan netijelere salgylanyp, φ epýuryny gurýarys (13.5-nji d surat).

(13.6) formulany ulanyp sterženiň her bölegi üçin otnositel towlanma burçuny kesgitleýäris:

$$\theta_I = \frac{\varphi_I}{a} = -0,75 \frac{M}{GI_p} = -0,75\theta_0;$$

$$\theta_{II} = \frac{\varphi_{II}}{a} = 0,5\theta_0;$$

$$\theta_{III} = \frac{\varphi_{III}}{b} = -\frac{M \cdot 1,4a}{GI_p \cdot 1,4a} = -\theta_0.$$

θ epýury gurýarys (13.5-nji e surat).

τ_{max} epýurdan görşümüz ýaly (13.5-nji ζ surat) iň uly galtaşma dartgynlyk III bölekde bolýar, şonuň üçin (13.11) formulany bu bölege ulanyp ýazýarys

$$d = \sqrt[3]{\frac{5M}{\tau_{adm}}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 20}{100 \cdot 10^3}} = 0,1 \text{ m.}$$

θ epýuryndan görşüimiz ýaly (13.5-nji *e* surat) iň uly otnositel towlanma burçy *III* bölekde bolýar, şonuň üçin (13.12) formulany bu bölek üçin ýazýarys

$$d = \sqrt[4]{\frac{10M}{G\theta_{adm}} \cdot \frac{180}{\pi}} = \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 20}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 0,4} \cdot \frac{180}{\pi}} = 0,14 \text{ m.}$$

Berklige ($d = 0,1$ m) we gatylyga ($d = 0,14$ m) hasaplamalaryň netijelerini deňeşdirip, seredýän mysalymyzda $d = 0,14 \text{ m} > d = 0,1 \text{ m}$ bolany üçin $d = 0,14 \text{ m}$ kabul edýäris.

Beýleki bölekleriň kesikleriniň diametrini kesgitleýäris:

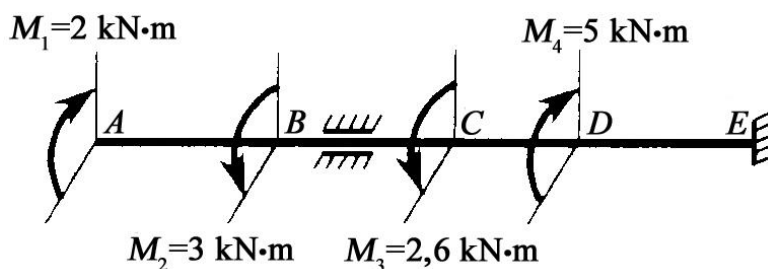
$$d_{II} = d_{III} = d = 14 \text{ sm,}$$

$$d_I = 1,19d = 16,7 \text{ sm.}$$

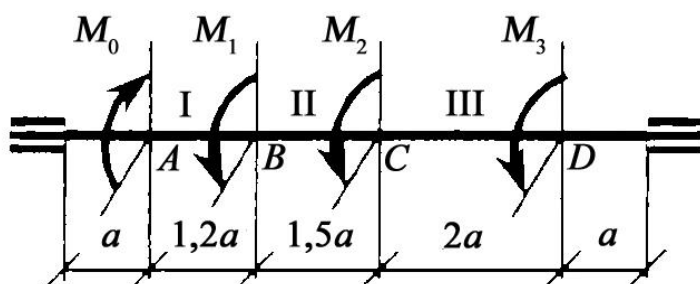
Sterženiň sag tarapynda *III* bölekde (13.5-nji *a* surat) towlanma burçuň bahasyny kesgitleýäris. (*e*) we (*a*) formulalary hasaba alyp φ epýuryndan ýazýarys:

$$\begin{aligned} \varphi_3 = 1,65\varphi_0 &= 1,65 \frac{Ma}{GI_p} = 1,65 \frac{20 \cdot 0,5 \cdot 32}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 10^3 \cdot 3,14 \cdot 0,14^4} = \\ &= 0,0055 \text{ rad} = 0,31^\circ. \blacksquare \end{aligned}$$

Meseleler



13.6-njy surat



13.7-nji surat

13.6. 13.1-nji meseläniň şertinde M_0 we M_1 momentleriň ýerlerini çalşyp, T epýury gurmaly.

13.7. 13.6-njy suratda görkezilen wal üçin towlanma momentleriň epýuryny gurmaly.

13.8. Waldaky dört towlanma momentleriň (13.7-nji surat) ýerleşişiniň iň amatlysyny tapmaly.

Bellik.

- Iň uly moment T_{max} daşky momentleriň ýerleşişinde hasaplanan içki towlanma momentleriň T_{max} arasynda iň kiçisi bolsa, walda momentler iň amatly ýerleşdi hasap edilýär.
- Meselede daşky towlanma momentleriň ýerleşdirilişiniň 3-4 wariantyna seretmeli bolýar we olaryň içinden amatlysyny saýlamaly.
- Walyň bölekleriniň uzynlyklary hemişelik galýar.

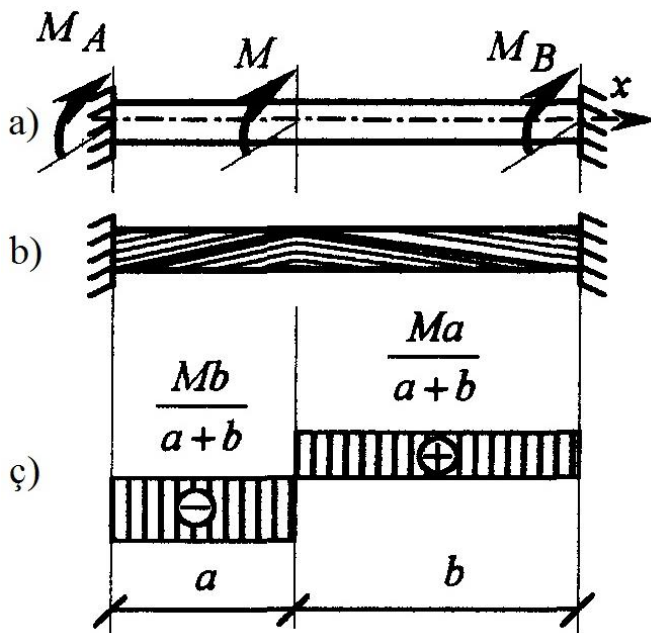
14-nji amaly sapak STATIKI KESGITLENMEÝÄN MESELELER

Belli bolşy ýaly, statiki kesgitlenmeýän meselelerde diregleriň gaýtargylarynyň ýa-da içki güýçleriniň näbelli sany mümkin bolan statikanyň deňlemeleriniň sanyndan geçýän bolmaly. Statiki kesgitlenmeýän meseleleriň çözüwiniň yzygiderliligi aşakdaky ýaly alnyp barylýar

- a) berlen mesele üçin mümkin bolan statiki deňlemeleri düzmek;
- b) berlen konstruksiýada deformasiýanyň ýagdaýyny göz önüne getirmek we meseläniň statiki kesgitlenmeýänlik derejesine deň bolan deformasiýanyň deňlemelerini düzmek;
- ç) statiki we deformasiýanyň deňlemeleriň bilelikdäki deňlemeler ulgamyny çözmek.

Towlanma statiki kesgitlenmeýän meseläniň çözüwüne seredeliň.

14.1-nji mesele. Uçlary jebis berkidilen we çep berkitmeden a uzaklykda jemlenen towlaýjy moment M (14.1-nji surat) bilen ýüklenen walyň kese-kesigi hemişelik. Wal üçin towlanma momentleriň epýuryny gurmaly.



Çözülişi. Wal iki uçlary arkaly berkidilen, şonuň üçin olarda direg gaýtargy momentleri M_A , M_B dörär. Olary kesgitlemek üçin ilki bilen statiki deňlemelerini ulanýarys. Berlen ýagdaý üçin diňe bir deňagramlylyk deňlemesini düzüp bolýar:

$$\sum_i M_x = 0$$

ýa-da

$$M_A + M_B + M = 0. \quad (14.1)$$

14.1-nji surat

Deňlemä iki sany M_A we M_B näbelli ululyklar girýär.

Şunlukda, berlen mesele bir gezek statiki kesgitlenmeýän bolýar.

Walyň deformirlenen ýagdaýyna seredýäris (14.1-nji b surat). Görşümüz ýaly, walyň sag ujunyň çepe görä özara towlanma burçy

nola deň. Walyň sag ujunyň çepe görä towlanma burçuny walyň aýratyn bölekleriniň towlanma burçlarynyň jemi hökmünde getirmek bolýar.

(8.5) formula laýyklykda walyň bölekleri boýunça towlanma burçlaryny indiki ýaly kesgitlep bolýar: a uzynlykly bölek üçin $\varphi_a = T_a a / (GI_p)$, b uzynlykly bölek üçin $\varphi_b = T_b b / (GI_p)$, bu ýerde T_a we T_b – walyň laýyklykdaky bölekleriniň towlaýjy momentleri. Uçlaryň berkitme şertinden jemi towlanma burç nola deň, ýagny:

$$\sum_i \varphi_i = \varphi_a + \varphi_b = \frac{T_a a}{(GI_p)} + \frac{T_b b}{(GI_p)} = 0 \quad (14.2)$$

(14.2) deňleme bolsa meseläniň deformasiýa deňlemesidir. Ony özgerdýäris. Kesme usulyny peýdalanyp T_a we T_b towlaýjy momentlerini kesgitleýäris:

$$T_a = M_A, \quad T_b = M_B.$$

Momentleriň bu bahalaryny (14.2) deňlemä goýup we alnan deňlemäni hemişelik GI_p köpeldijä gysgaldyp alýarys

$$M_A \cdot a - M_B \cdot b = 0 \quad (14.3)$$

(14.1) we (14.3) deňlemeleri bilelikde çözüp, tapýarys

$$M_A = -\frac{Mb}{a+b}; \quad M_B = -\frac{Ma}{a+b}.$$

“–“ alamaty gaýtargy momentleriň hakyky ugry ilki başdaky alan ugrumyza garşy gelýändigini aňladýar. Gaýtargy momentlerini hasaplap belli bolan düzgünlere laýyklykda towlanma momentleriň epýuryny gurýarys (14.1-nji ç surat). ■

$GI_p = \text{const}$ bolan statiki kesgitlenmeýän wallaryň towlanma momentiniň epýurlarynyň aşakdaky aýratynlyklaryny bellemek gerek:

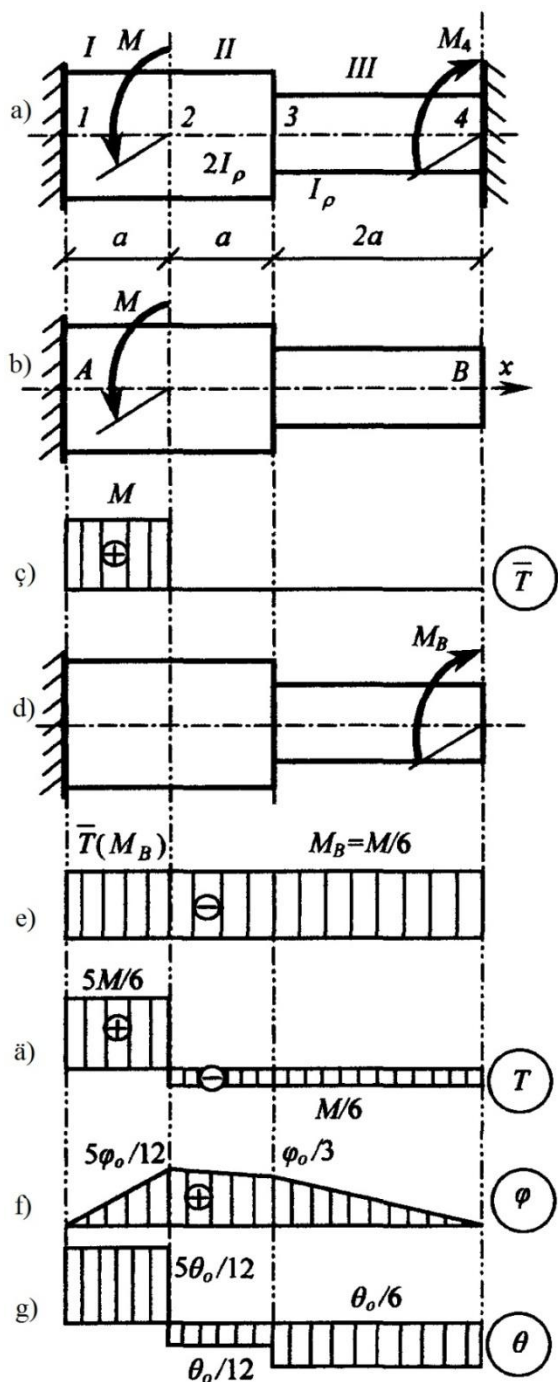
a) (14.3) aňlatmadan bize mälim bolşy ýaly towlanma momentleriň epýurlarynyň meýdanynyň jemi nola deň bolýar;

b) eger-de wal basgançakly bolsa, laýyk gelýän böleklerdäki kesigiň inersiýa momentine getirilen towlanma momentleriň epýurlarynyň meýdanynyň jemi nola deň bolýar.

14.2-nji mesele. Daşky towlaýjy moment M (14.2-nji surat) bilen ýüklenen bitewi tegelek kese-kesikli basgançakly sterženiň uçlary jebis berkidilen. Steržen üçin towlanma momentleriň T , absolýut φ we otnositel θ towlanma burçlaryň epýuryny gurmaly.

Çözülüşi. Mesele bir gezek statiki kesgitlenmeyän. Meseläni indiki usul arkaly çözelin. Hyýaly pikirde sag berkitmäni taşlalyň, ýagny 14.2-nji *b* suratda görkezilen statiki kesgitlenýän steržene seredýäris. Onuň üçin daşky towlaýjy momentden M towlaýjy momentiň epýury 14.2-nji *ç* suratda görkezilen görnüşi alar. Statiki kesgitlenýän sterženiň sag ujunyň B towlanma burçuny kesgitleýäris:

$$\bar{\varphi}_B = \bar{\varphi}_I + \bar{\varphi}_{II} + \bar{\varphi}_{III} = \bar{\varphi}_I = \frac{Ma}{G2I_p}.$$



14.2-nji surat

Jogaby “+” alamaty bilen çykdy, şunlukda kesik B x okuň daşyndan daşky momentiň M ugry boýunça towlanar. Emma hakykatda statiki kesgitlenmeyän sterženiň 4 kesigi (14.2-nji *a* surat) towlanmaýar ($\varphi_4 = 0$). Statiki kesgitlenýän steržene towlaýjy moment M_B (14.2-nji *d* surat) goýalyň we sag ujunyň diňe M_B momentiň täsirinden $\bar{\varphi}_{M_B}$ towlanma burçuny, $\bar{T}(M_B)$ towlaýjy momentiň epýuryny ulanyp kesgitleýäris (14.2-nji *e* surat),

$$\bar{\varphi}_{M_B} = -\frac{M_B 2a}{G2I_p} - \frac{M_B 2a}{GI_p} = -\frac{3aM_B}{GI_p}.$$

Indi bolsa deformasiýanyň deňlemesini ýazyp bolýar, ol bolsa statiki kesgitlenmeyän sterženiň 4 kesigindäki towlanma burçy nola deň bolmalydygyny görkezýär:

$$\varphi_4 = \bar{\varphi}_B + \bar{\varphi}_{M_B} = \frac{Ma}{G2I_p} - \frac{3aM_B}{GI_p} = 0$$

Bu şertden $M_B = M/6$ tapýarys. M_B towlaýjy moment statiki kesgitlenmeyän steržen üçin direg gaýtargysy bolýar,

$$M_B = M_4.$$

Towlaýjy momentleriň gutarnykly epýuryny $\bar{T}$ we $\bar{T}(M_B)$ iki epýurlary jemläp alýarys (14.2-nji $\bar{a}$ surat).

Towlanma burçlaryň φ epýuryny gurmak üçin (13.5) formuladan her bölek üçin towlanma burçlaryny hasaplaýarys

$$\begin{aligned}\varphi_I &= \frac{5Ma}{6G2I_p} = \frac{5Ma}{12GI_p}; \\ \varphi_{II} &= -\frac{Ma}{6G2I_p} = -\frac{Ma}{12GI_p}; \\ \varphi_{III} &= -\frac{M2a}{6GI_p} = -\frac{Ma}{3GI_p},\end{aligned}$$

we soňra häsiýetli kesiklerdäki towlanma burçlaryň bahasyny tapýarys:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= 0; \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_I = \frac{5Ma}{12GI_p}; \\ \varphi_3 &= \varphi_2 + \varphi_{II} = \frac{5Ma}{12GI_p} - \frac{Ma}{12GI_p} = \frac{Ma}{3GI_p}; \\ \varphi_4 &= \varphi_3 + \varphi_{III} = \frac{Ma}{3GI_p} - \frac{Ma}{3GI_p} = 0.\end{aligned}$$

Soňky netije hasaplamalaryň dogry ýerine ýetirilenligini tassyklaýar. Hasaplamany ýeňilleşdirmek üçin täze belgileme $\varphi_0 = Ma/(GI_p)$ girizýäris, netijede

$$\varphi_1 = \varphi_4 = 0; \varphi_2 = 5\varphi_0/12; \varphi_3 = \varphi_0/3.$$

alýarys.

Soňra absolýut towlanma burçlaryň epýuryny gurýarys (14.2-nji f surat).

Otnositel towlanma burçlaryň epýuryny gurmak üçin (14.2-nji g surat) öňünden hasaplama geçirmeli, ýagny

$$\theta_I = \frac{\varphi_I}{a} = \frac{5M}{12GI_p} \frac{5}{12} \theta_0;$$

bu ýerde $\theta_0 = M/(GI_p)$ kabul edilen, şunlukda

$$\theta_{II} = \frac{\varphi_{II}}{a} = -\frac{\theta_0}{12}; \quad \theta_{III} = \frac{\varphi_{III}}{2a} = -\frac{\theta_0}{6}.$$

Sterženiň talap edilýän diametrlerini kesgitleýäris. Kabul edýäris: daşky towlaýjy moment $M = 20 \text{ kN}\cdot\text{m}$, sterženiň materialynyň towlanma rugsat edilýän dartgynlylygy $\tau_s = 100 \text{ MPa}$,

rugsat edilýän otnositel towlanma burçy $\theta_{adm}^{\circ} = 0,4$ grad/m, süýşme moduly $G = 8 \cdot 10^4$ MPa.

I we *II* bölekleriň çäklerinde sterženiň diametrini d_1 we *III* bölegiň çäklerinde bolsa d_4 bilen belgileýäris. Meseläniň şertine laýyklykda d_1 we d_4 arasynda aşakdaky baglanyşyk bardyr (14.2-nji *a* surat):

$$\frac{\pi d_1^4}{32} = 2I_p \text{ we } \frac{\pi d_4^4}{32} = I_p,$$

onda

$$\frac{\pi d_1^4}{32} = \frac{\pi d_4^4}{32}, \text{ bu ýerden } d_1 = 2^{\frac{1}{4}} d_4 = 1,19 d_4.$$

Ondan başga-da,

$$W_{p,1} = \frac{\pi d_1^3}{16} = \frac{\pi (1,19 d_4)^3}{16} = 1,68 W_{p,4}.$$

Sterženiň berkligini üpjün etmek şertinden gerek d_1 diametri (8.11) formuladan kesgitleýäris, bu ýerde towlanma momentiniň bahasyny 14.2-nji *a* suratda görkezilen T epýurdan alýarys:

$$d_{1,str} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 5 \cdot 20}{6 \cdot 100 \cdot 10^3}} = 0,094 \text{ m}, \quad d_{4,str} = \frac{d_1}{1,19} = 0,079 \text{ m}.$$

İň uly galtaşma dartgynlylygy kesgitleýäris, ol sterženiň *III* böleginde döreýär:

$$\begin{aligned} \tau_{4,max} &= \frac{T}{W_{p,4}} = \frac{M}{6W_{p,4}} = \frac{20 \cdot 16}{6 \cdot \pi \cdot d_{4,str}^3} = 34450 \text{ kPa} = \\ &= 34,45 \text{ MPa} < \tau_{adm} = 100 \text{ MPa}. \end{aligned}$$

Sterženiň gatylygyny üpjün etmek şertinden talap edilýän diametri (13.12) formuladan kesgitleýäris:

$$\begin{aligned} d_{1,stif} &= \sqrt[4]{\frac{10 \cdot 5 \cdot 20}{8 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 0,4} \cdot \frac{180}{\pi}} = 0,13 \text{ m}, \\ d_{4,stif} &= \frac{d_1}{1,19} = 0,11 \text{ m}. \end{aligned}$$

Alnan netijeleri deňeşdirip, gatylyk şertinden kesgitlenen $d_1 = 13$ sm, $d_4 = 11$ sm gutarnykly kabul edýäris.

Mundan daşary d_4 diametri θ epýury ulanyp (14.2-nji g surat) kesgitlemek mümkindir, epýurdan görşümüz ýaly I bölekde $\theta_{max} = 5\theta_0/12$ deňdir, şonuň üçin aşakdakylary deňeşdirip alýarys

$$\theta_{max} = \frac{5\theta_0}{12} = \frac{5M}{12GI_p} \leq \theta_{adm} = \theta_{adm}^\circ \cdot \frac{\pi}{180} (\text{rad}),$$

bu ýerden

$$I_p = \frac{5M}{12G\theta_{adm}^\circ} = \frac{\pi d_4^4}{32}$$

tapýarys we netijede alýarys

$$d_{4,stif} = \sqrt[4]{\frac{5M \cdot 32}{12G\theta_{adm}^\circ \pi}} = \sqrt[4]{\frac{5 \cdot 20 \cdot 32 \cdot 180}{12 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot \pi \cdot \pi}} = 0,11 \text{ m},$$

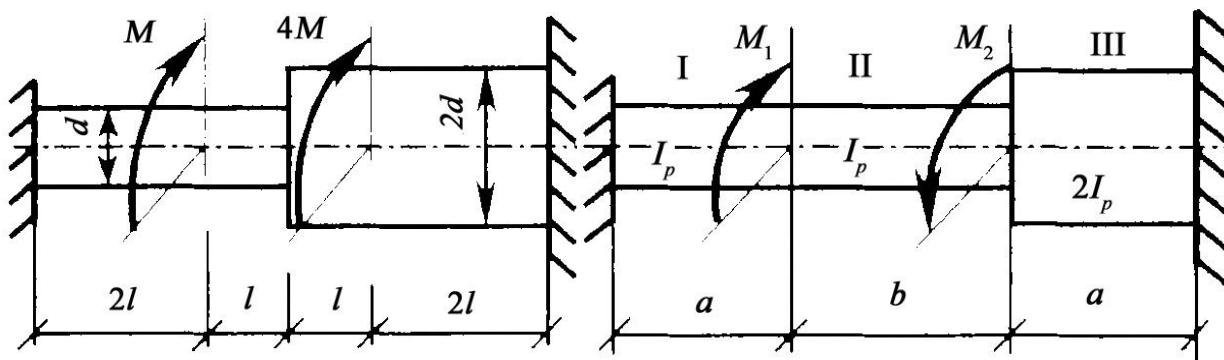
we

$$d_{1,stif} = 1,19d_{4,stif} = 0,13 \text{ m}.$$

Meseleler

14.3. 14.3-nji suratda görkezilen basgançakly wal üçin towlanma momentleriň epýuryny gurmaly.

14.4. 14.4-nji surata laýyklykda ýüklenen basgançakly wal üçin towlanma momentleriň epýuryny gurmaly. Berlen: $M_1 = 200 \text{ N}\cdot\text{m}$, $M_2 = 300 \text{ N}\cdot\text{m}$, $a = 0,2 \text{ m}$, $b = 0,3 \text{ m}$, üçünji bölekdeki polýar inersiýa momenti birinji we ikinji böleklerdeki polýar inersiýa momentinden iki esse uludyr.



14.3-nji surat

14.4-nji surat